非平衡过剩载流子

西安电子科技大学　　XIDIDIAN UNIVERSITY
V1.0　　© 2007　韩孝勇　Han XiaoYong
xyhan5151@yahoo.com.cn　www.dianzichan.com

第6章半导体中的非平衡过剩载流子

- 6．1载流子的产生与复合
- 6．2过剩载流子的性质
- 6．3双极输运
- 6．4准费米能级
- *6．5过剩载流子的寿命
- *6．6表面效应

6.1载流子的产生与复合　　*平衡半导体*

- 平衡状态下产生率等于复合率

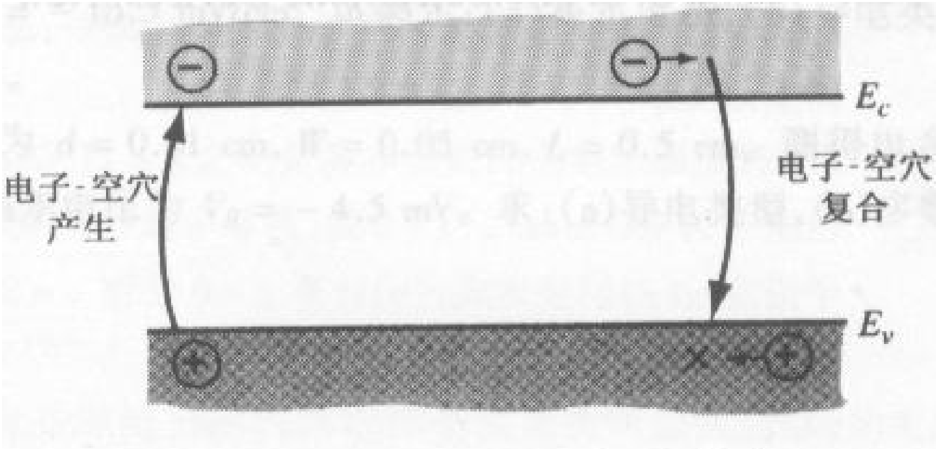


图 6.1　电子和空穴的产生与复合

产生是电子和空穴的生成过程　　$G_{n0} = G_{p0}$

复合是电子和空穴消失的过程　　$R_{n0} = R_{p0}$

$$G_{n0} = G_{p0} = R_{n0} = R_{p0}$$

6.1载流子的产生与复合 *过剩载流子*

- 过剩载流子的产生与复合相关符号

表 6.1 本章中用到的一些相关符号

符号	定义
n_0, p_0	热平衡电子和空穴的浓度(与时间无关,通常也与位置无关)
n, p	总电子和空穴的浓度(可能是时间或位置的函数)
$\delta n = n - n_0$	过剩电子和空穴的浓度(可能是时间或位置的函数)
$\delta p = p - p_0$	
g'_n, g'_p	过剩电子和空穴的产生率
R'_n, R'_p	过剩电子和空穴的复合率
τ_{n0}, τ_{p0}	过剩少数载流子电子和空穴的寿命

6.1载流子的产生与复合 *过剩载流子*

- 过剩电子和空穴

外部的作用会产生特定比率的过剩电子和空穴。令g'_n为过剩电子的产生率，g'_p为过剩空穴的产生率，单位还是#/cm³-s。对于直接带隙产生来说，过剩电子和空穴是成对出现的，因此一定有

$$g'_n = g'_p \tag{6.4}$$

当产生了非平衡的电子和空穴后，导带中的电子浓度和价带中的空穴浓度就会高于它们在热平衡时的值。可以写为

$$n = n_0 + \delta n \tag{6.5a}$$

和

$$p = p_0 + \delta p \tag{6.5b}$$

其中n_0和p_0为热平衡浓度，δn和δp为过剩电子和空穴浓度。图6.2所示为过剩电子-空穴的产生过程以及引起的载流子的浓度。平衡状态受到外力的扰动，因此半导体不再处于热平衡状态。通过式(6.5a)和式(6.5b)可以发现，在非平衡状态下$np \neq n_0 p_0 = n_i^2$。

6.1载流子的产生与复合 *过剩载流子*

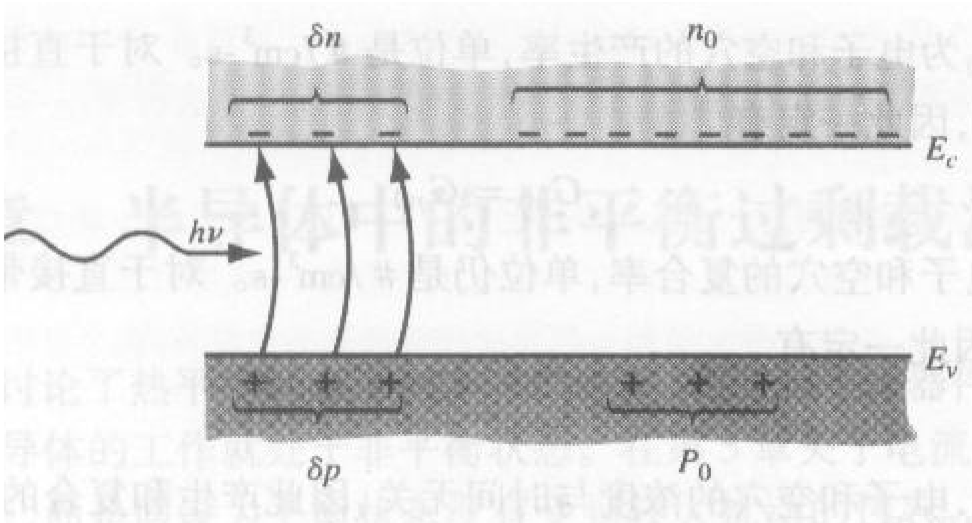


图 6.2 光生过剩电子和空穴的密度

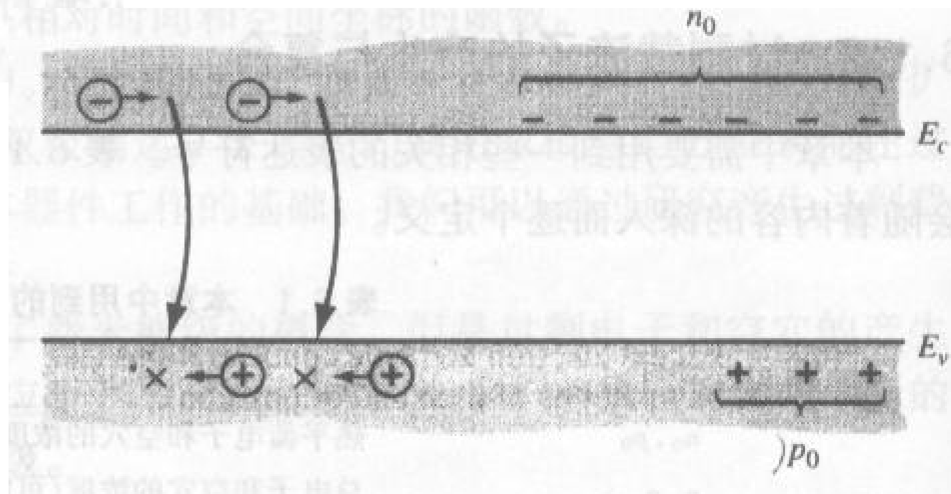


图 6.3 过剩载流子复合后重建热平衡

6.1载流子的产生与复合

- 小注入：过剩载流子浓度远小于平衡时多子的浓度

小注入($\delta n(t) \ll n_0$)条件下的 n 型($n_0 \gg p_0$)材料

小注入($\delta n(t) \ll p_0$)条件下的 p 型($p_0 \gg n_0$)材料

- 大注入：过剩载流子浓度接近或大于平衡时多子的浓度

6.1载流子的产生与复合 *过剩载流子*

过剩少子的寿命

现在考虑小注入($\delta n(t) \ll p_0$)条件下的p型($p_0 \gg n_0$)材料。式(6.9)变为

$$\frac{d(\delta n(t))}{dt} = -\alpha_r p_0 \delta n(t) \tag{6.10}$$

上式的解是最初非平衡浓度的指数衰减函数，即

$$\delta n(t) = \delta n(0) e^{-\alpha_r p_0 t} = \delta n(0) e^{-t/\tau_{n0}} \tag{6.11}$$

其中 $\tau_{n0} = (\alpha_r p_0)^{-1}$ 是小注入时的一个常量。式(6.11)描述了过剩少数载流子电子的衰减，且 τ_{n0} 通常代表过剩少数载流子的寿命[①]。

$$R_n' = R_p' = \frac{\delta n(t)}{\tau_{n0}}$$

$\tau_{p0} = (\alpha_r n_0)^{-1}$，$\tau_{p0}$ 通常代表过剩少数载流子的寿命

$$R_n' = R_p' = \frac{\delta n(t)}{\tau_{p0}}$$

6.2过剩载流子的性质　*连续性方程*

- 连续性方程

p 为空穴密度　F_{px}^{+} 为空穴粒子的流量，单位为个/cm^2-s。

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial F_p^+}{\partial x} + g_p - \frac{p}{\tau_{pt}}$$

式(6.18)就是空穴的连续性方程。

同理，电子的一维连续性方程为

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial F_n^-}{\partial x} + g_n - \frac{n}{\tau_{nt}}$$

其中 F_n^- 为电子的流量，单位也是个/cm^2-s。

6.2过剩载流子的性质　　*扩散方程*

- 与时间相关的扩散方程

$$D_p\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}-\mu_p\left(\mathrm{E}\frac{\partial p}{\partial x}+p\frac{\partial \mathrm{E}}{\partial x}\right)+g_p-\frac{p}{\tau_{pt}}=\frac{\partial p}{\partial t}$$

$$D_n\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}+\mu_n\left(\mathrm{E}\frac{\partial n}{\partial x}+n\frac{\partial \mathrm{E}}{\partial x}\right)+g_n-\frac{n}{\tau_{nt}}=\frac{\partial n}{\partial t}$$

式(6.27)和式(6.28)分别是空穴和电子的扩散方程,它们与时间有

n0p0与空间坐标无关 →

$$D_p\frac{\partial^2 (\delta p)}{\partial x^2}-\mu_p\left(\mathrm{E}\frac{\partial (\delta p)}{\partial x}+p\frac{\partial \mathrm{E}}{\partial x}\right)+g_p-\frac{p}{\tau_{pt}}=\frac{\partial (\delta p)}{\partial t}$$

$$D_n\frac{\partial^2 (\delta n)}{\partial x^2}+\mu_n\left(\mathrm{E}\frac{\partial (\delta n)}{\partial x}+n\frac{\partial \mathrm{E}}{\partial x}\right)+g_n-\frac{n}{\tau_{nt}}=\frac{\partial (\delta n)}{\partial t}$$

6.3双极输运

- 双极输运

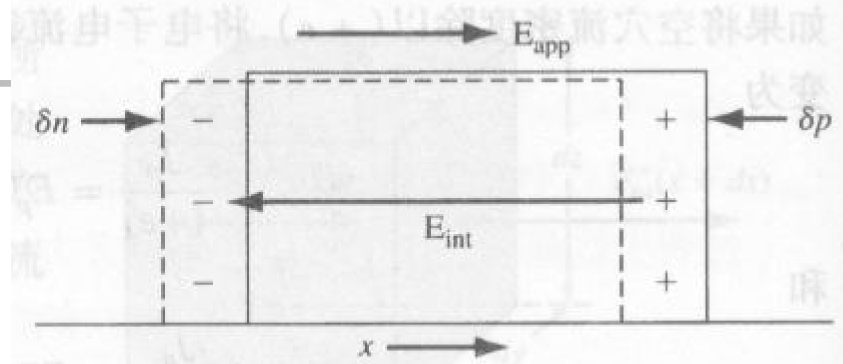


图 6.5　随着过剩电子和空穴的分离而导致内建电场的产生

电场和内建电场共同组成的，可以表示为

$$E = E_{app} + E_{int} \tag{6.31}$$

其中 E_{app} 是外加电场，E_{int} 是感应内建电场。

由于内建电场产生了对电子和空穴的引力，因此该电场就将过剩电子和空穴保持在各自的位置。带负电的电子和带正电的空穴以同一个迁移率或扩散系数一起漂移或扩散。这种现象称为双极扩散或双极输运。

6.3双极输运　双极输运方程

- 双极输运方程

$$D'\frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2}+\mu' E\frac{\partial(\delta n)}{\partial x}+g-R=\frac{\partial(\delta n)}{\partial t} \tag{6.39}$$

其中，

$$D'=\frac{\mu_n n D_p+\mu_p p D_n}{\mu_n n+\mu_p p} \tag{6.40}$$

而

$$\mu'=\frac{\mu_n\mu_p(p-n)}{\mu_n n+\mu_p p} \tag{6.41}$$

式(6.39)称为双极输运方程，它用来描述过剩电子和空穴在空间和时间中的状态。参数D'称为双极扩散系数，μ'称为双极迁移率。

6.3双极输运　*双极输运方程*

- 双极输运方程

爱因斯坦关系式将迁移率和扩散系数联系起来，有

$$\frac{\mu_n}{D_n} = \frac{\mu_p}{D_p} = \frac{e}{kT}$$

利用该关系式，可以将双极扩散系数表示为

$$D' = \frac{D_n D_p (n + p)}{D_n n + D_p p}$$

双极扩散系数 D' 和双极迁移率 μ' 分别是电子浓度 n 和空穴浓度 p 的函数。

6.3双极输运　　掺杂与小注入

扩散系数可以写为

$$D' = \frac{D_n D_p[(n_0 + \delta n) + (p_0 + \delta n)]}{D_n(n_0 + \delta n) + D_p(p_0 + \delta n)} \tag{6.44}$$

其中 n_0 和 p_0 分别为热平衡电子浓度和空穴浓度，δn 是过剩载流子浓度。对于 p 型半导体，有 $p_0 \gg n_0$。当其处于小注入条件下时，就意味着过剩载流子浓度远小于热平衡多数载流子浓度，即 $\delta n \ll p_0$。假设 $n_0 \ll p_0$ 和 $\delta n \ll p_0$ 成立，而且 D_n 和 D_p 具有相同的数量级，那么式(6.44)中的双极扩散系数可简化为

$$D' = D_n \tag{6.45}$$

若对双极迁移率应用 p 型半导体的掺杂条件和小注入条件，则式(6.41)可以简化为

$$\mu' = \mu_n \tag{6.46}$$

对于小注入的 p 型掺杂半导体，很重要的一点是，我们可以将双极扩散系数和双极迁移率归纳为少数载流子电子的恒定参数。于是可以将双极输运方程归纳为具有恒定系数的线性微分方程。

6.3双极输运　*掺杂与小注入*

于是根据式(6.39)，小注入 p 型半导体的双极输运方程可以写为

$$D_n\frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2}+\mu_n \mathrm{E}\frac{\partial(\delta n)}{\partial x}+g'-\frac{\delta n}{\tau_{n0}}=\frac{\partial(\delta n)}{\partial t} \tag{6.55}$$

其中参数 δn 为过剩少子电子的浓度，参数 τ_{n0} 为小注入少子的寿命，其他参数都是少子电子的参数。

同样，小注入 n 型半导体的双极输运方程可以写为

$$D_p\frac{\partial^2(\delta p)}{\partial x^2}-\mu_p \mathrm{E}\frac{\partial(\delta p)}{\partial x}+g'-\frac{\delta p}{\tau_{p0}}=\frac{\partial(\delta p)}{\partial t} \tag{6.56}$$

其中参数 δp 为过剩少子空穴的浓度，参数 τ_{p0} 为小注入空穴的寿命，其他参数都是少子空穴的参数。

需要特别注意的是，式(6.55)和式(6.56)中的输运和复合参数都变成了少子参数。式(6.55)和式(6.56)将过剩少子的漂移、扩散和复合都用空间和时间的函数描述出来了。回想前面的电中性条件：过剩少子的浓度等于过剩多数载流子(以下有时简称为多子)的浓度。过剩多子的漂移和扩散与过剩少子同时进行，这样过剩多子的状态就由少子的参数来决定。这种双极现象在半导体物理中非常重要，它是描述半导体器件特性和状态的基础。

6.3双极输运 *双极输运方程的应用*

- 双极输运方程的应用

表 6.2 常见双极输运方程的简化形式

状态	结果
稳定状态	$\frac{\partial(\delta n)}{\partial t}=0,\quad \frac{\partial(\delta p)}{\partial t}=0$
过剩载流子均匀分布(产生率相同)	$D_n\frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2}=0,\quad D_p\frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2}=0$
零电场	$E\frac{\partial(\delta n)}{\partial x}=0,\quad E\frac{\partial(\delta p)}{\partial x}=0$
无过剩载流子产生	$g'=0$
无过剩载流子复合(寿命无限)	$\frac{\delta n}{\tau_{n0}}=0,\quad \frac{\delta p}{\tau_{p0}}=0$

6.3双极输运 *双极输运方程的应用*

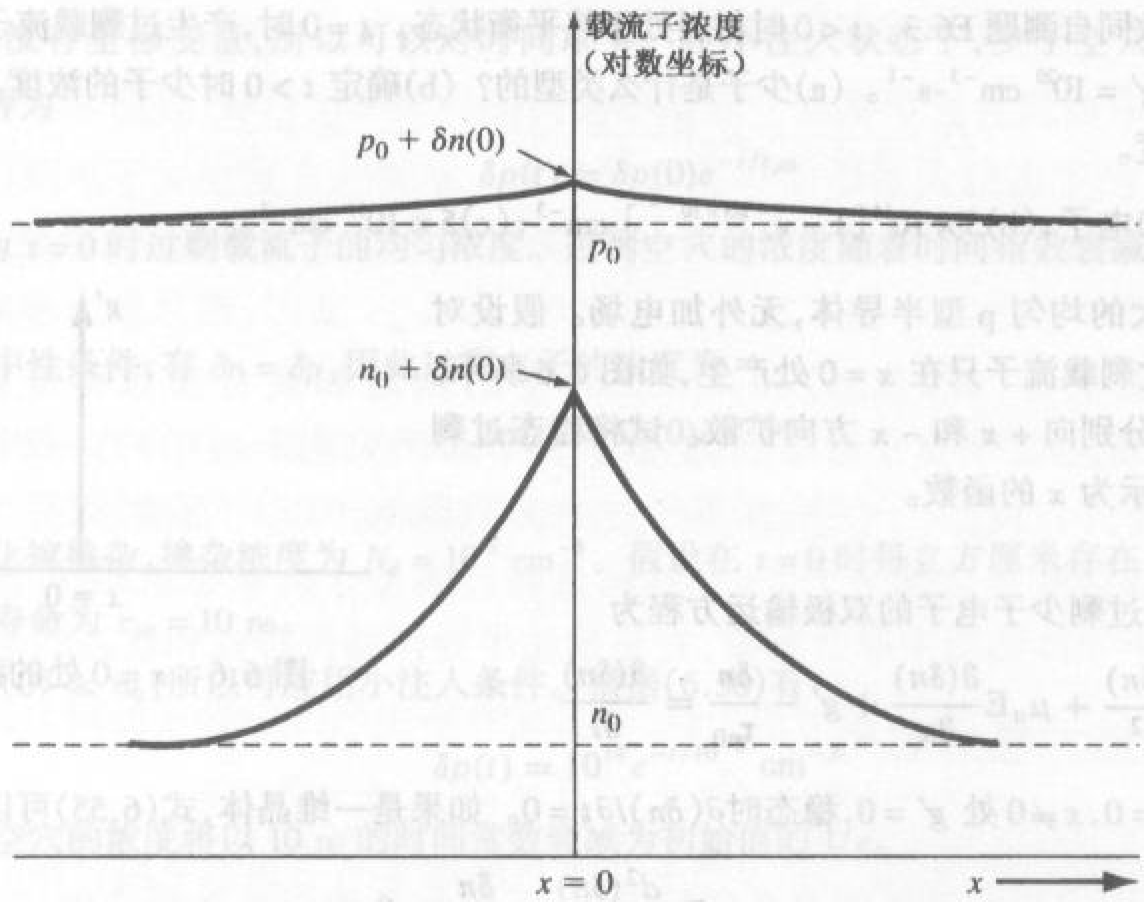


图 6.7　在 $x = 0$ 处产生过剩电子和空穴的情况下，电子和空穴的稳态分布浓度

6.3双极输运 *双极输运方程的应用*

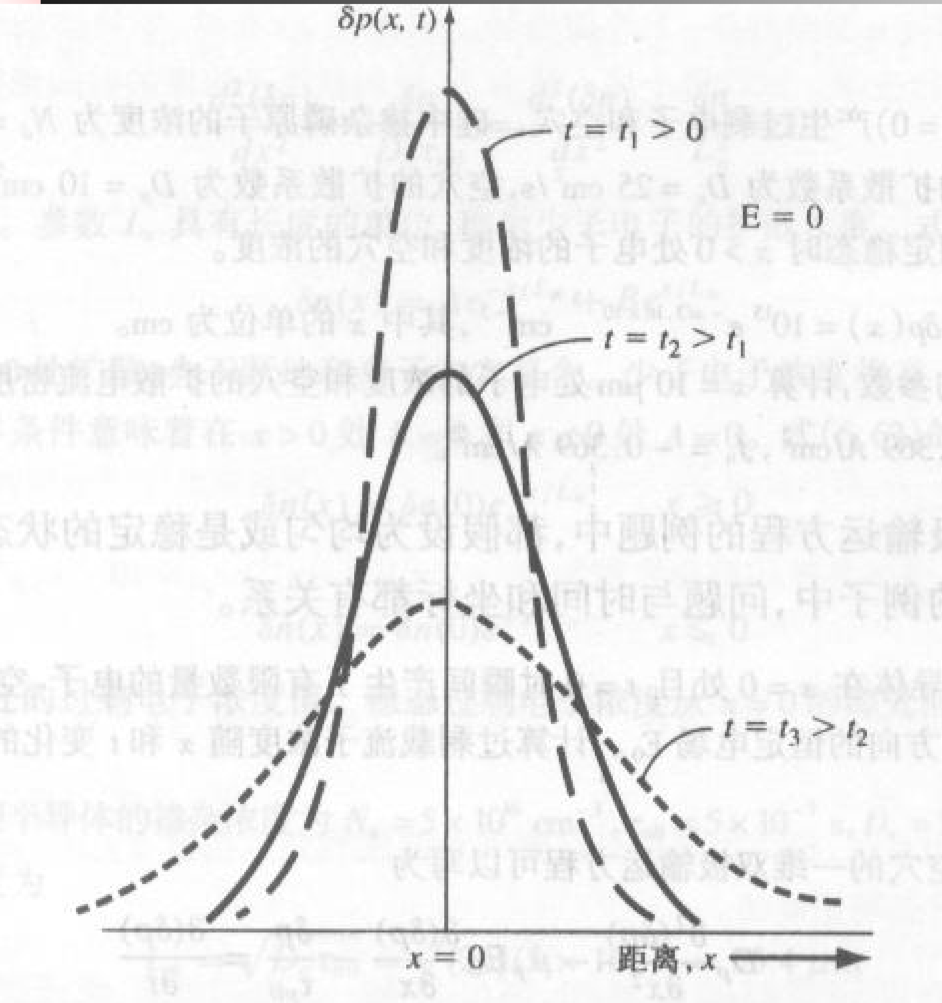


图 6.8 在零电场中，不同时刻过剩空穴浓度的距离函数

6.3双极输运 *双极输运方程的应用*

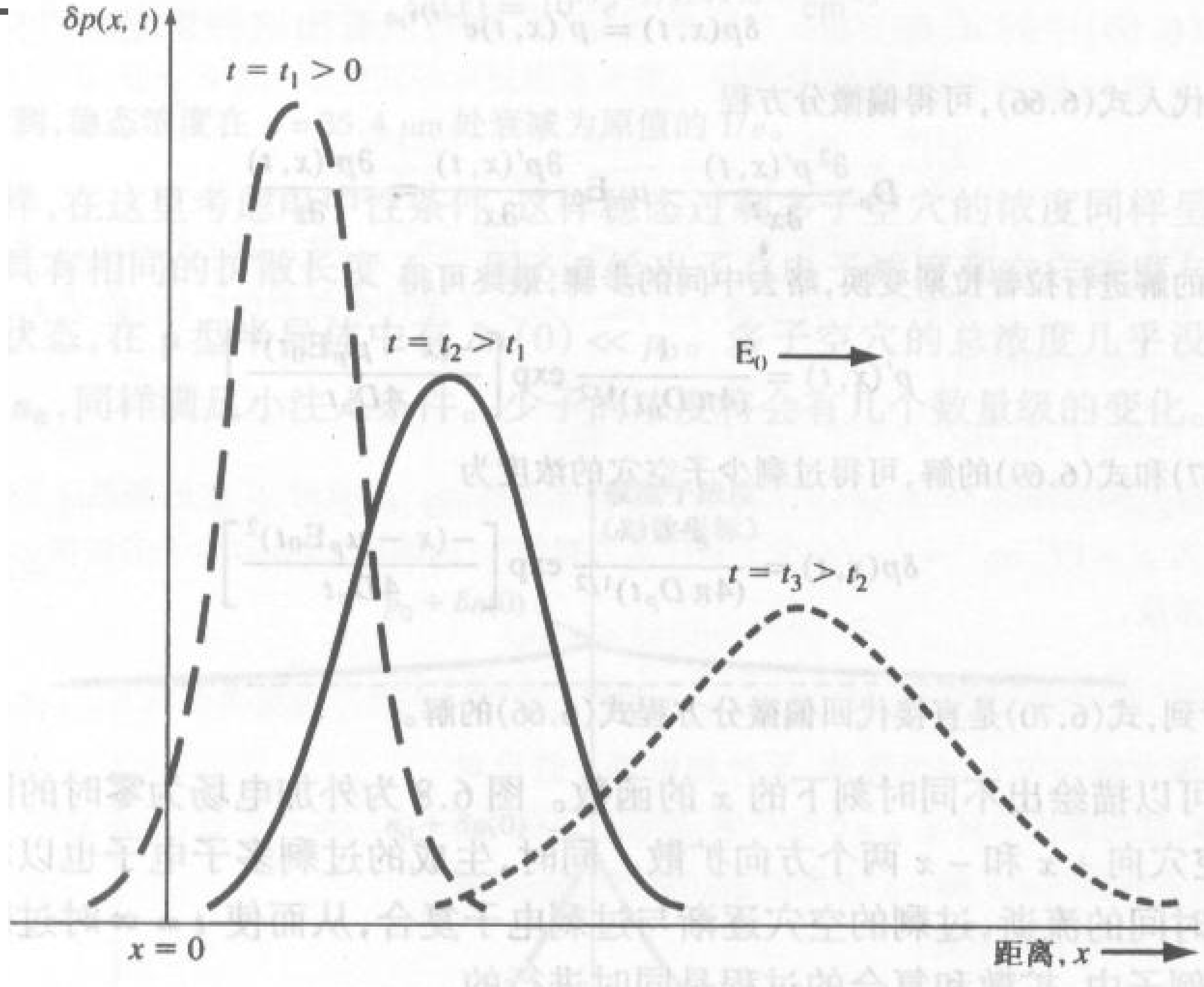


图 6.9　在某恒定电场中，不同时刻过剩空穴浓度的距离函数

6.3双极输运 *介质弛豫时间常数*

- 介质弛豫时间常数

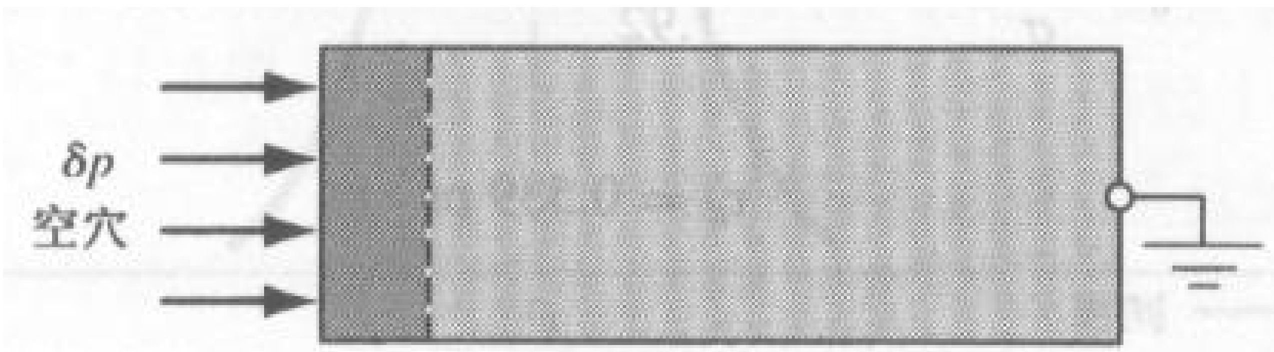


图 6.10 空穴注入到 n 型半导体的表面小区域中

6.3双极输运 *介质弛豫时间常数*

这里需要三个方程。泊松方程

$$\nabla \cdot \mathrm{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \tag{6.71}$$

电流方程，即欧姆定律

$$J = \sigma \mathrm{E} \tag{6.72}$$

连续性方程，忽略产生和复合的作用，有

$$\nabla \cdot J = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{6.73}$$

参数 ρ 为净电荷密度，初始值为 $e(\delta p)$。假设表面附近具有统一的 δp。参数 ϵ 是半导体的介电常数。

$$\rho(t) = \rho(0) e^{-(t/\tau_d)}$$

其中，

$$\tau_d = \frac{\epsilon}{\sigma}$$

通常称为介电弛豫时间常数。

6.3双极输运　　　　*测定试验*

- 海恩斯－肖克莱实验

图 6.11 所示为基本的实验装置。电压源 V_1 为 n 型半导体样品提供了 $+x$ 方向的电场 E_0。触点 A 向半导体注入过剩载流子。触点 B 被加上一个反偏电压 V_2，是一个整流触点。它用于收集漂移过半导体的过剩载流子，收集到的载流子就形成了输出电压 V_0。

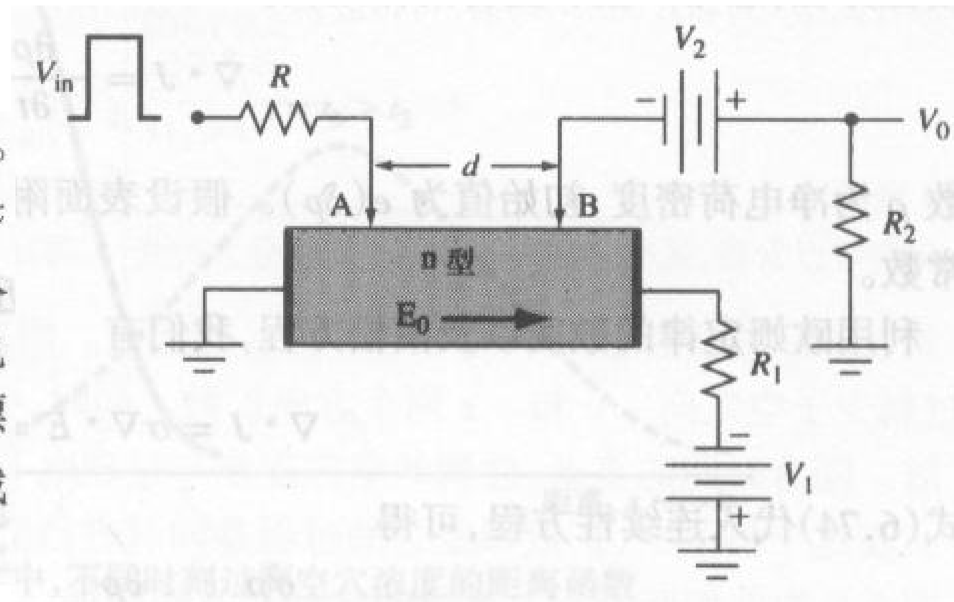
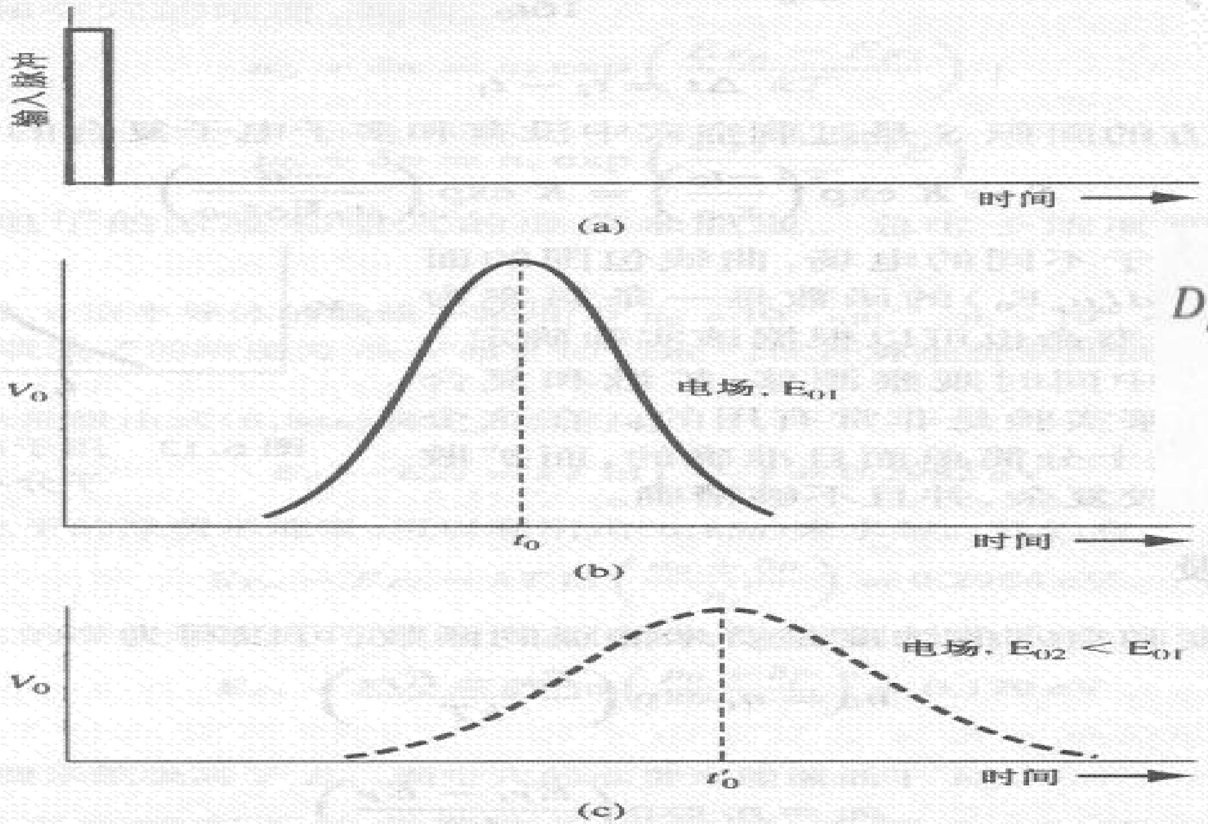


图 6.11　海恩斯-肖克莱实验的基本实验装置

6.3双极输运 *测定试验*

- 测迁移率和扩散系数



(a)$t=0$时触点A的理想载流子分布；(b)外加有电场时，触点B的载流子分布与时间的关系；(c)外加较小电场时，触点B的载流子分布与时间的关系

$$\mu_p = \frac{d}{E_0 t_0}$$

$$D_p = \frac{(\mu_p E_0)^2 (\Delta t)^2}{16 t_0}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

6.3双极输运　　*测定试验*

- 少子寿命

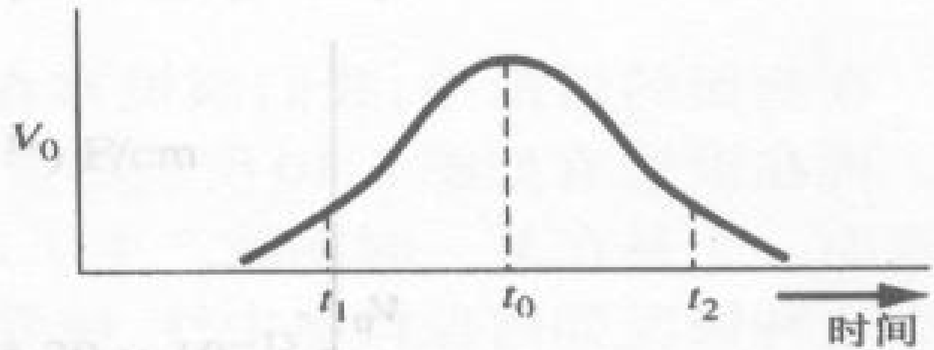


图 6.13　用于确定扩散系数的载流子分布与时间的关系曲线

$$S = K\exp\left(\frac{-t_0}{\tau_{p0}}\right) = K\exp\left(\frac{-d}{\mu_p E_0 \tau_{p0}}\right)$$

其中 K 是一个常数。对于不同的电场，曲线包围的面积不同。$\ln(S)$ 相对于 $(d/\mu_p E_0)$ 的函数是一条斜率为 $(1/\tau_{p0})$ 的直线，因此少子寿命也可以根据该实验确定。

6.4准费米能级

- 平衡时

$$n_0 = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_{Fi}}{kT}\right)$$

$$p_0 = n_i \exp\left(\frac{E_{Fi} - E_F}{kT}\right)$$

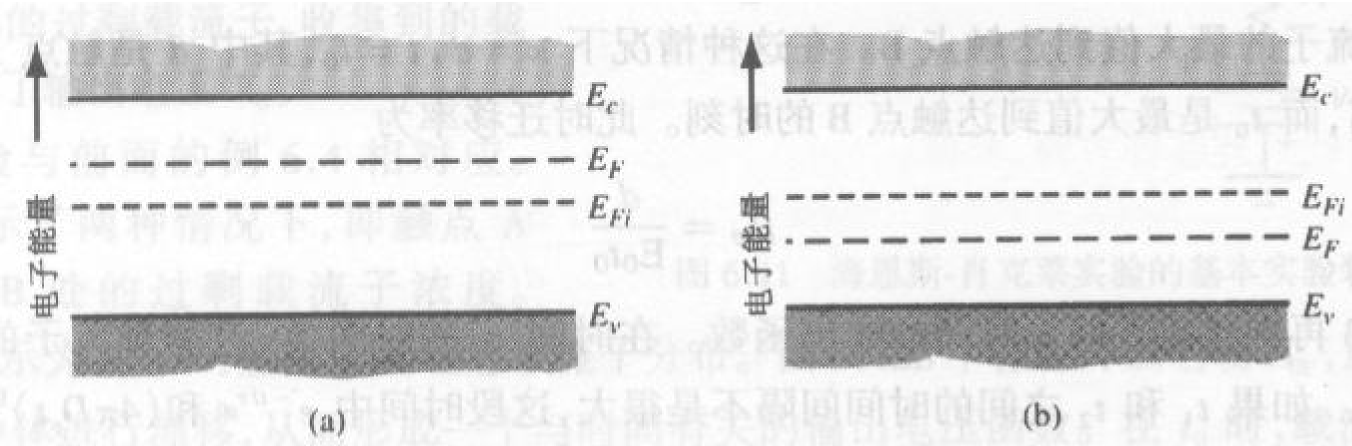


图 6.14 热平衡能带图:(a)n 型半导体;(b)p 型半导体

6.4准费米能级

- 非平衡时

$$n_0 + \delta n = n_i \exp\left(\frac{E_{Fn} - E_{Fi}}{kT}\right)$$

$$p_0 + \delta p = n_i \exp\left(\frac{E_{Fi} - E_{Fp}}{kT}\right)$$

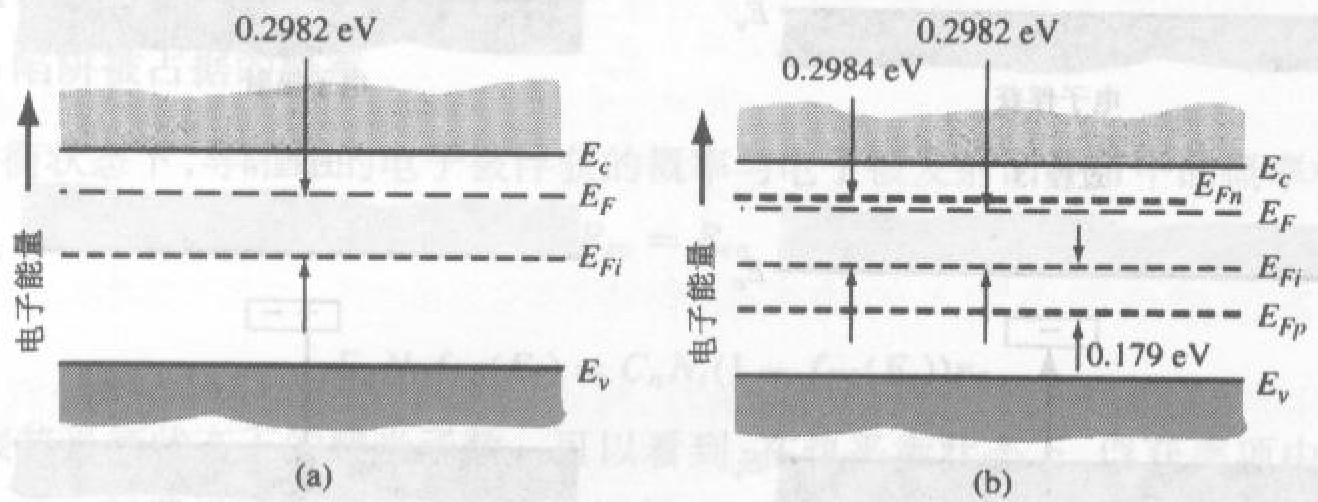


图 6.15 (a)热平衡状态下的能带图，$N_d = 10^{15}\ \text{cm}^{-3}$，$n_i = 10^{10}\ \text{cm}^{-3}$；(b)过剩载流子浓度为 $10^{13}\ \text{cm}^{-3}$ 的准费米能级

E_{Fn} 和 E_{Fp} 分别是电子的浓度和空穴的准费米能级

6.5过剩载流子的寿命

肖克莱-里德-霍尔复合理论

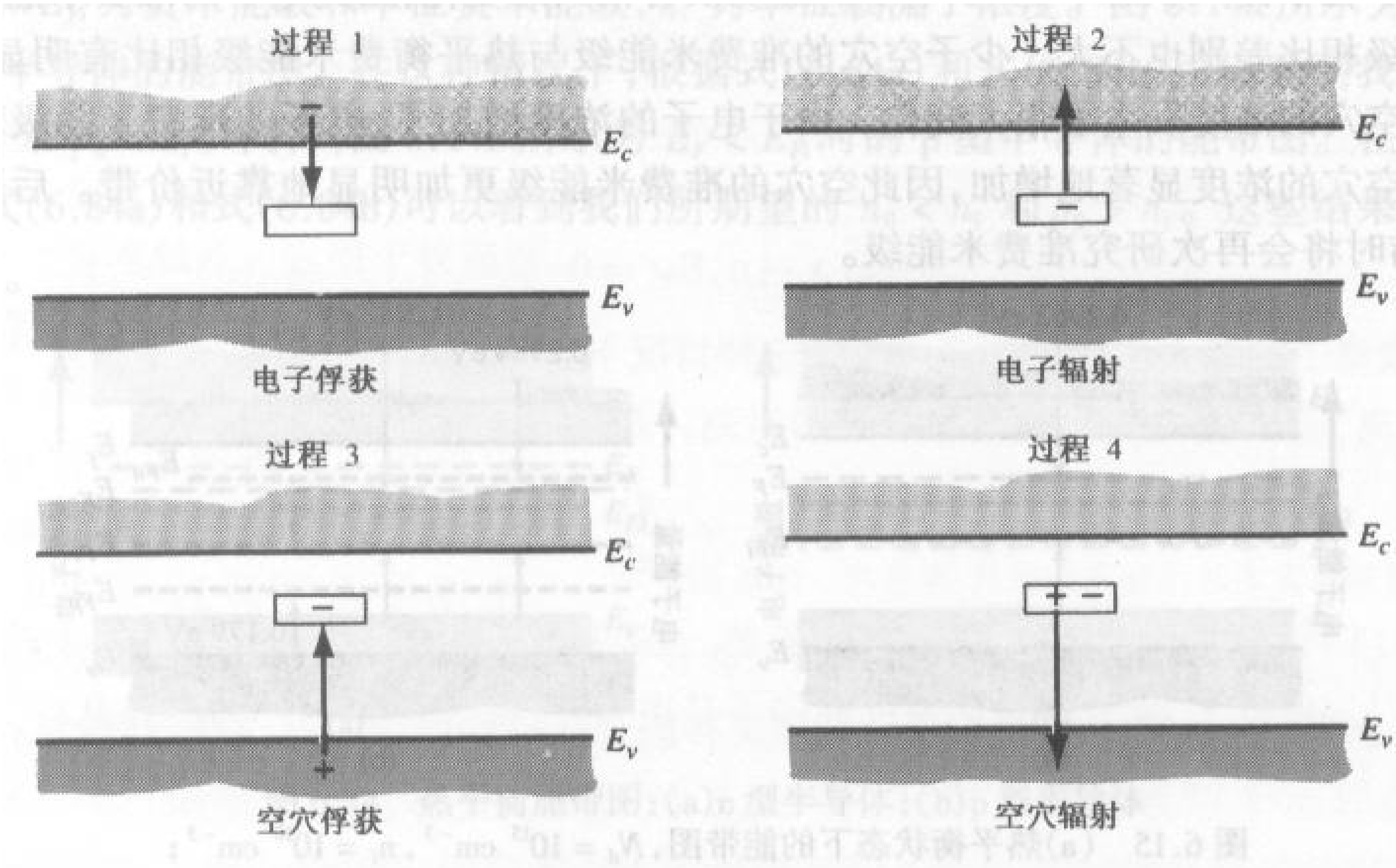


图 6.16 受主类型陷阱的四个基本俘获和发射过程

6.5过剩载流子的寿命

肖克莱-里德-霍尔复合理论

四个基本过程如下：

过程1：电子的俘获，导带中的电子被一个最初的中性空陷阱俘获。

过程2：电子的发射，过程1的逆过程——最初占有陷阱能级中的电子被发射回导带。

过程3：空穴的俘获，价带中的空穴被包含电子的陷阱俘获（或者可看成是陷阱中的电子被发射到价带的过程）。

过程4：空穴的发射，过程3的逆过程——中性陷阱将空穴发射到价带中（或者可看成是陷阱从价带中俘获电子的过程）。

6.5过剩载流子的寿命

- 小注入下简化

对小注入下的 n 型半导体，有

$$n_0 \gg p_0, \quad n_0 \gg \delta p, \quad n_0 \gg n', \quad n_0 \gg p'$$

τ_{p0}为过剩少子空穴的寿命

$$\tau_{p0} = \frac{1}{C_p N_t}$$

同样，对小注入下的 p 型半导体，有

$$p_0 \gg n_0, \quad p_0 \gg \delta n, \quad p_0 \gg n', \quad p_0 \gg p'$$

寿命也变成了过剩少子电子的寿命，或

$$\tau_{n0} = \frac{1}{C_n N_t}$$

6.6表面效应

- 表面态

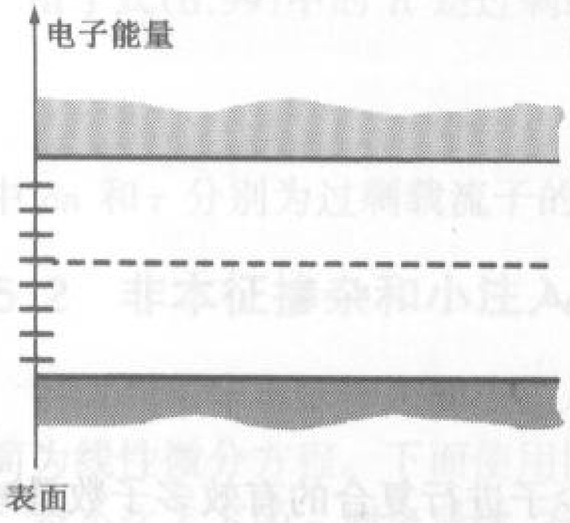


图 6.17　禁带中表面态的分布

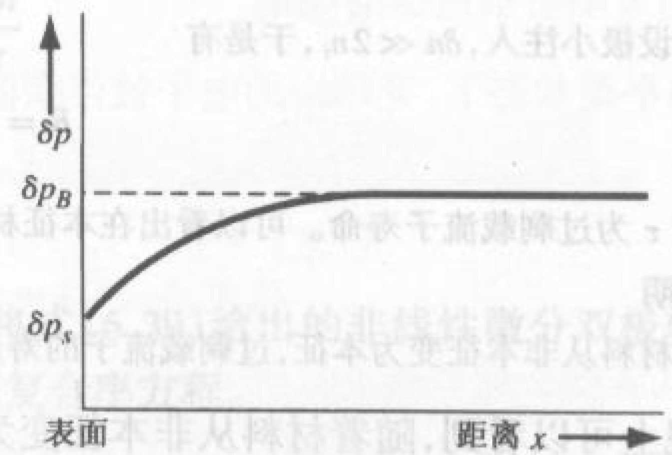


图 6.18　稳态过剩载流子浓度与表面距离的函数关系

无限的表面复合速度,会导致表面的过剩少子浓度和寿命为零。

小结

- 讨论了过剩电子和空穴产生与复合的过程,定义了过剩载流子的产生率和复合率。
- 过剩电子和空穴是一起运动的,而不是互相独立的。这种现象称为双极输运。
- 推导了双极输运方程,并讨论了其中系数的小注入和非本征掺杂约束条件。在这些条件下,过剩电子和空穴的共同漂移和扩散运动取决于少子的特性,这个结果就是半导体器件状态的基本原理。
- 讨论了过剩载流子寿命的概念。
- 分别分析了过剩载流子状态作为时间的函数、作为空间的函数和同时作为时间与空间的函数的情况。
- 定义了电子和空穴的准费米能级。这些参数用于描述非平衡状态下,电子和空穴的总浓度。
- 了解了肖克莱-里德-霍尔复合理论。推导出了过剩少子寿命的表达式。
- 半导体表面效应对过剩电子和空穴的状态产生影响。定义了表面复合速度。

重要术语解释

双极扩散系数：过剩载流子的有效扩散系数。

双极迁移率：过剩载流子的有效迁移率。

双极输运：具有相同扩散系数、迁移率和寿命的过剩电子和空穴的扩散、迁移和复合过程。

双极输运方程：用时间和空间变量描述过剩载流子状态函数的方程。

载流子的产生：电子从价带跃入导带，形成电子-空穴对的过程。

载流子的复合：电子落入价带中的空能态(空穴)导致电子-空穴对消灭的过程。

过剩载流子：过剩电子和空穴的总称。

过剩电子：导带中超出热平衡状态浓度的电子浓度。

过剩空穴：价带中超出热平衡状态浓度的空穴浓度。

过剩少子寿命：过剩少子在复合前存在的平均时间。

产生率：电子-空穴对产生的速率(#/cm^3-s)。

小注入：过剩载流子浓度远小于热平衡多子浓度的情况。

少子扩散长度：少子在复合前的平均扩散距离；数学表示为$\sqrt{D\tau}$，其中 D 和 τ 分别为少子的扩散系数和寿命。

准费米能级：电子和空穴的准费米能级分别将电子和空穴的非平衡状态浓度与本征载流子浓度以及本征费米能级联系起来。

复合率：电子-空穴对复合的速率(#/cm^3-s)。

表面态：半导体表面禁带中存在的电子能态。

知识点

- 论述非平衡产生和复合的概念。
- 论述过剩载流子寿命的概念。
- 论述电子和空穴与时间无关的扩散方程的推导过程。
- 论述双极输运方程的推导过程。
- 理解在小注入状态和非本征半导体中，双极输运方程系数可以归纳为少子系数的结论。
- 运用双极输运方程解决不同问题。
- 理解介电弛豫时间常数的概念。
- 计算电子和空穴的准费米能级。
- 计算给定浓度的过剩载流子的复合率。
- 理解过剩载流子浓度的表面效应。

复习题

1. 为什么热平衡状态电子的产生率与复合率相等?
2. 举例说明粒子流的变化如何影响空穴的浓度。
3. 为什么一般的双极输运方程为非线性方程?
4. 定性解释为什么在外加电场作用下,过剩电子和空穴会向同一方向移动。
5. 定性解释为什么在小注入条件下,过剩载流子寿命可以归纳为少子的寿命。
6. 当产生率为零时,与过剩载流子密度有关的时间是什么?
7. 外加作用力之后,为什么过剩载流子密度不能随时间持续增加?
8. 当半导体中瞬间产生了一种类型的过剩载流子时,用什么原理解释净电荷密度会迅速变为零?
9. 分别论述电子和空穴的准费米能级的定义。
10. 一般情况下,为什么半导体表面的过剩载流子浓度要低于内部的过剩载流子浓度?

END