

平衡半导体

西安电子科技大学 XIDIDIAN UNIVERSITY

V1.0 © 2007 韩孝勇 Han XiaoYong

xyhan5151@yahoo.com.cn www.dianzichan.com



本次课内容

- 第4章平衡半导体
 - 4. 1 半导体中的载流子
 - 4. 2 掺杂原子与能级
 - 4. 3 非本征半导体
 - 4. 4 施主和受主的统计学分布
 - 4. 5 电中性状态
 - 4. 6 费米能级的位置
 - 4. 7 小结



4.1 半导体中的载流子

- 电子：导带
- 空穴：价带

4.1 半导体中载流子

电子空穴的平衡分布

■ 导带电子的分布

$$n(E) = g_c(E) f_F(E)$$

$f_F(E)$ 是费米-狄拉克概率分布函数, $g_c(E)$ 是导带中的量子态密度

■ 价带空穴的分布

$$p(E) = g_v(E) [1 - f_F(E)]$$

4.1 半导体中载流子

电子空穴的平衡分布

- 假设电子空穴有效质量相等, 则 E_F 位于禁带中线

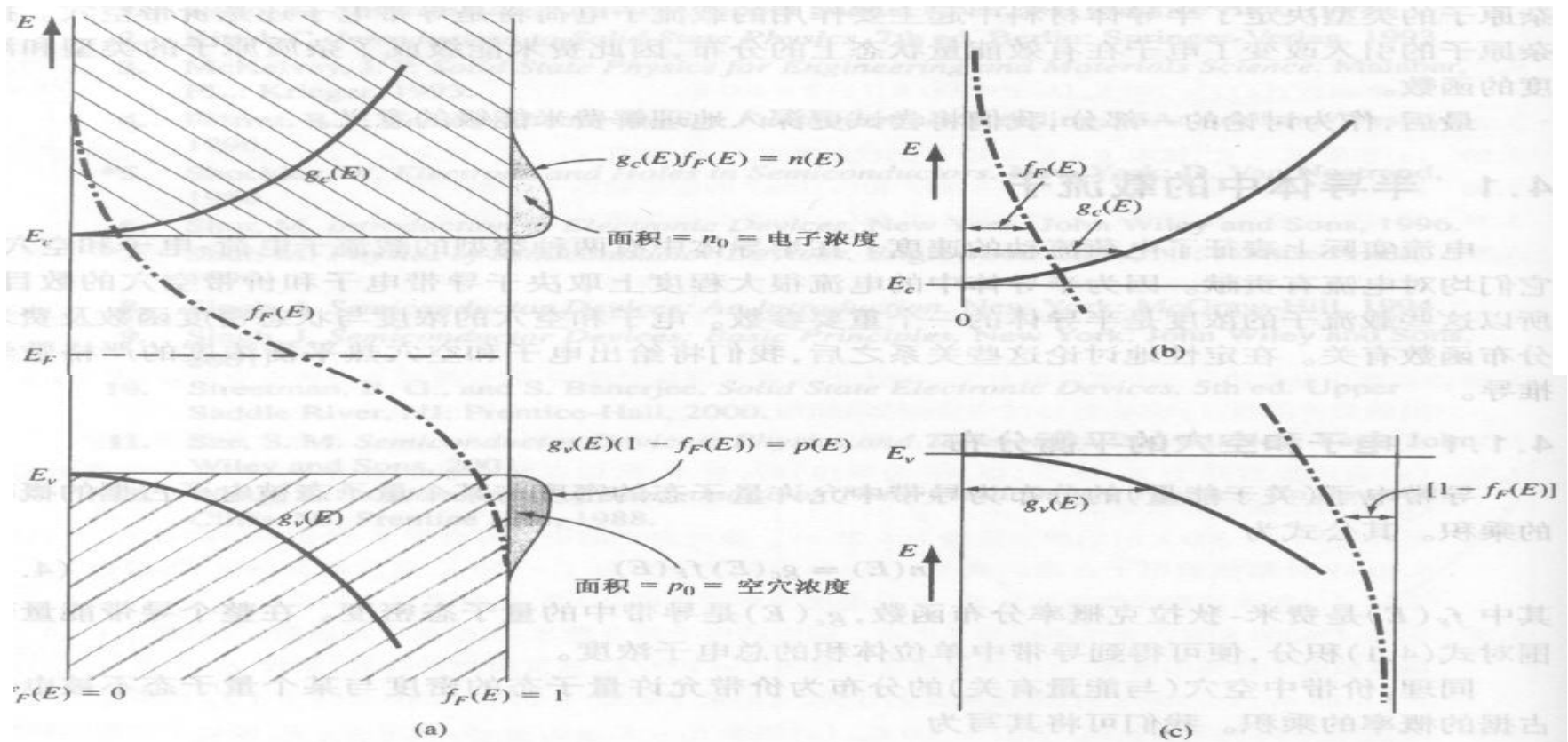


图 4.1 (a) 状态密度函数, 费米-狄拉克概率分布函数, 以及 E_F 位于禁带中央附近时表示电子和空穴浓度的面积; (b) 导带边缘的放大图; (c) 价带边缘的放大图

4.1 半导体中载流子 $n_0 p_0$ 的方程

■ n_0

$$n_0 = \int g_c(E) f_F(E) dE$$

则式(4.7)变为

$$n_0 = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left[\frac{-(E_c - E_F)}{kT} \right] \quad (4.9)$$

定义参数 N_c 为

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \quad (4.10)$$

所以,导带电子的热平衡浓度可以表示为

$$n_0 = N_c \exp \left[\frac{-(E_c - E_F)}{kT} \right] \quad (4.11)$$

4.1 半导体中载流子 $n_0 p_0$ 的方程

■ p_0

$$p_0 = \int g_v(E)[1 - f_F(E)] dE$$

$$p_0 = 2 \left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left[\frac{-(E_F - E_v)}{kT} \right] \quad (4.17)$$

定义参数 N_v 为

$$N_v = 2 \left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \quad (4.18)$$

其中 N_v 称为价带有效状态密度。所以价带空穴的热平衡浓度可以表示为

$$p_0 = N_v \exp \left[\frac{-(E_F - E_v)}{kT} \right] \quad (4.19)$$

$T=300\text{ K}$ 时, 对于大多数半导体, N_v 的数量级也为 10^{19} cm^{-3}

4.1 半导体中载流子 $n_0 p_0$ 的方程

恒定温度的给定半导体材料,其有效状态密度值 N_c 和 N_v 是常数。表 4.1 列出了硅、砷化镓和锗的有效状态密度及有效质量。注意砷化镓的 N_c 小于典型值 10^{19} cm^{-3} ,这是因为砷化镓电子的有效质量小。

导带电子和价带空穴的热平衡浓度都直接与有效状态密度和费米能级相关。

表 4.1 有效状态密度和有效质量

	$N_c (\text{cm}^{-3})$	$N_v (\text{cm}^{-3})$	m_n^* / m_0	m_p^* / m_0
Si	2.8×10^{19}	1.04×10^{19}	10.8	0.56
GaAs	4.7×10^{17}	7.0×10^{18}	0.067	0.48
Ge	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	0.55	0.37

4.1 半导体中载流子 本征载流子浓度

本征半导体的费米能级称为本征费米能级,或 $E_F = E_{Fi}$ 。若将式(4.11)和式(4.19)应用到本征半导体,就可以写出

$$n_0 = n_i = N_c \exp \left[\frac{-(E_c - E_{Fi})}{kT} \right] \quad (4.20)$$

和 $p_0 = p_i = n_i = N_v \exp \left[\frac{-(E_{Fi} - E_v)}{kT} \right] \quad (4.21)$

若将式(4.20)和式(4.21)相乘,则有

$$n_i^2 = N_c N_v \exp \left[\frac{-(E_c - E_{Fi})}{kT} \right] \cdot \exp \left[\frac{-(E_{Fi} - E_v)}{kT} \right] \quad (4.22)$$

或 $n_i^2 = N_c N_v \exp \left[\frac{-(E_c - E_v)}{kT} \right] = N_c N_v \exp \left[\frac{-E_g}{kT} \right] \quad (4.23)$

4.1 半导体中载流子 本征载流子浓度

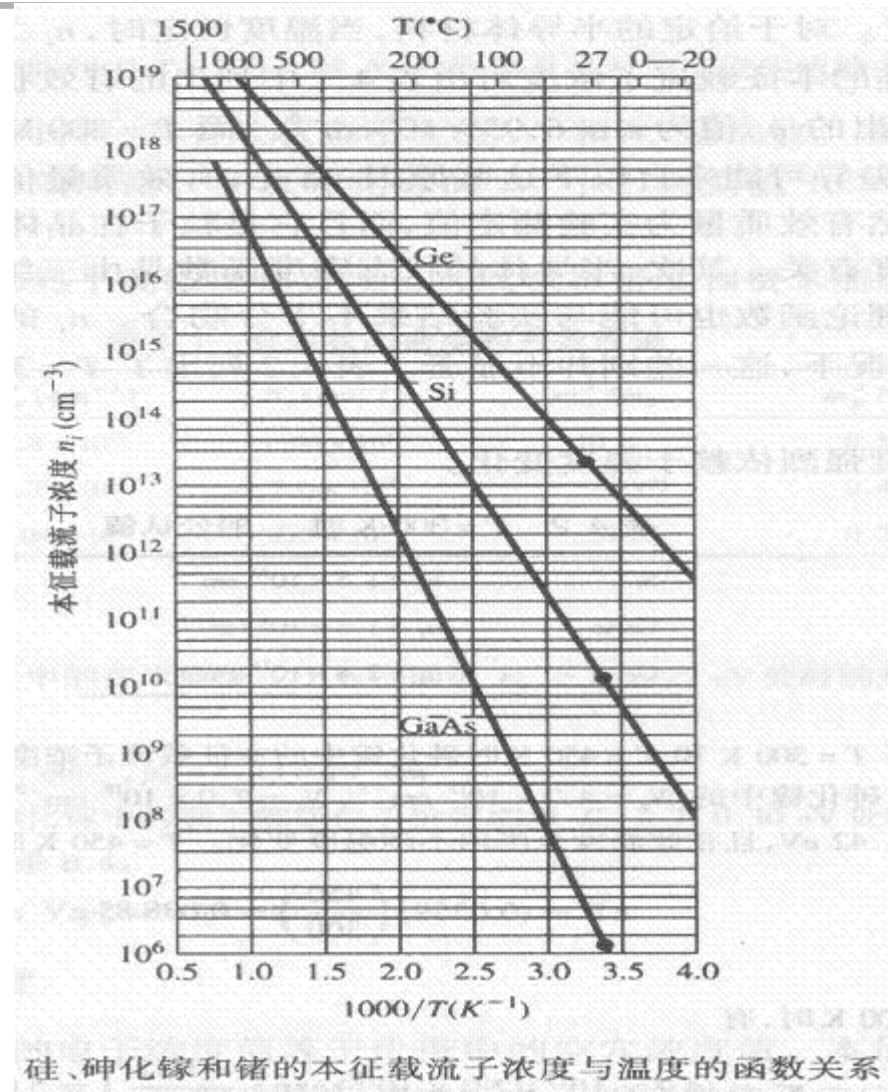
- 本征载流子浓度

表 4.2 $T = 300 \text{ K}$ 时 n_i 的公认值

Si	$n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$
GaAs	$n_i = 1.8 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$
Ge	$n_i = 2.4 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$

4.1 半导体中载流子 本征载流子浓度

- 与温度关系很大:
- 温升 150 度时, 浓度增大 4 个数量级



4.1 半导体中载流子本征费米能级位置

$$N_c \exp\left[\frac{-(E_c - E_{Fi})}{kT}\right] = N_v \exp\left[\frac{-(E_{Fi} - E_v)}{kT}\right]$$

$$E_{Fi} = \frac{1}{2}(E_c + E_v) + \frac{1}{2} kT \ln\left(\frac{N_v}{N_c}\right) \quad (4.25)$$

将式(4.10)和式(4.18)代入上式,得

$$E_{Fi} = \frac{1}{2}(E_c + E_v) + \frac{3}{4} kT \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) \quad (4.26a)$$

第一项 $\frac{1}{2}(E_c + E_v)$ 是 E_c 和 E_v 之间的精确中间能量值,即禁带中央。定义

$$\frac{1}{2}(E_c + E_v) = E_{\text{midgap}}$$

则有

$$E_{Fi} - E_{\text{midgap}} = \frac{3}{4} kT \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) \quad (4.26b)$$

如果电子和空穴有效质量相等,即 $m_p^* = m_n^*$,则本征费米能级精确位于禁带中央。若 $m_p^* > m_n^*$,本征费米能级位置会稍微高于禁带中央;若 $m_p^* < m_n^*$,本征费米能级位置会稍微低于禁带中央。因为状态密度函数与载流子有效质量直接相关,有效质量越大意味着状态密度也越大。因此本征费米能级位置也必定将随状态密度的增大而发生移动,以保持电子和空穴数量相等。

4.2 掺杂原子与能级

- 掺入 5 价的磷原子



图 4.3 本征硅晶格的二维表示

图 4.4 掺有一个磷原子的硅晶格的二维表示

4.2 掺杂原子与能级

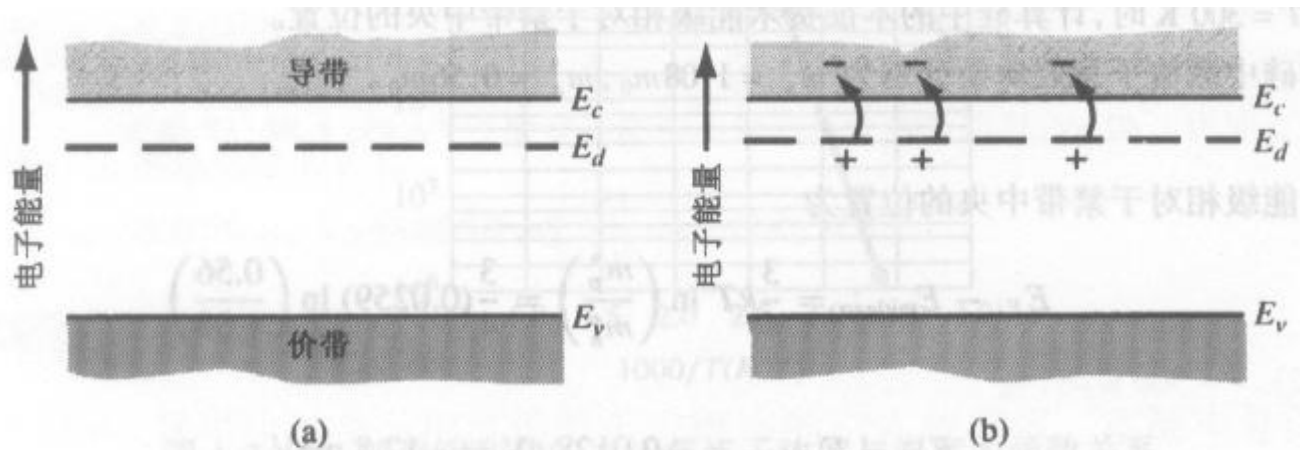


图 4.5 (a)带有分立的施主能级的能带图;(b)施主能级电离能带图

如果施主电子获得了少量能量,如热能,就能激发到导带,留下一个带正电的磷原子。导带中的这个电子此时能在整个晶体中运动形成电流,而带正电的磷离子固定不动。因为这种类型的杂质原子向导带提供了电子,所以我们称之为施主杂质原子。由于施主杂质原子增加导带电子,但并不产生价带空穴,所以此时的半导体称为 n 型半导体(n 表示带负电的电子)。

4.2 掺杂原子与能级

- 掺入 3 价的硼原子

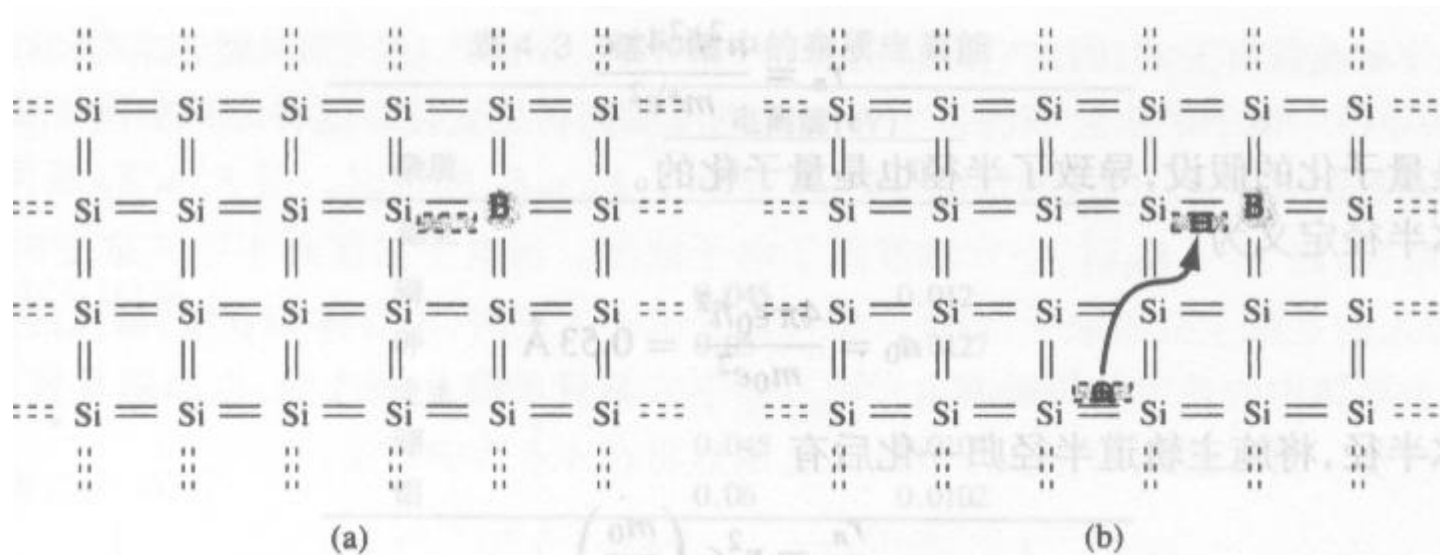


图 4.6 (a)掺有一个硼原子的硅晶格的二维表示;(b)硼原子电离生成空穴

4.2 掺杂原子与能级

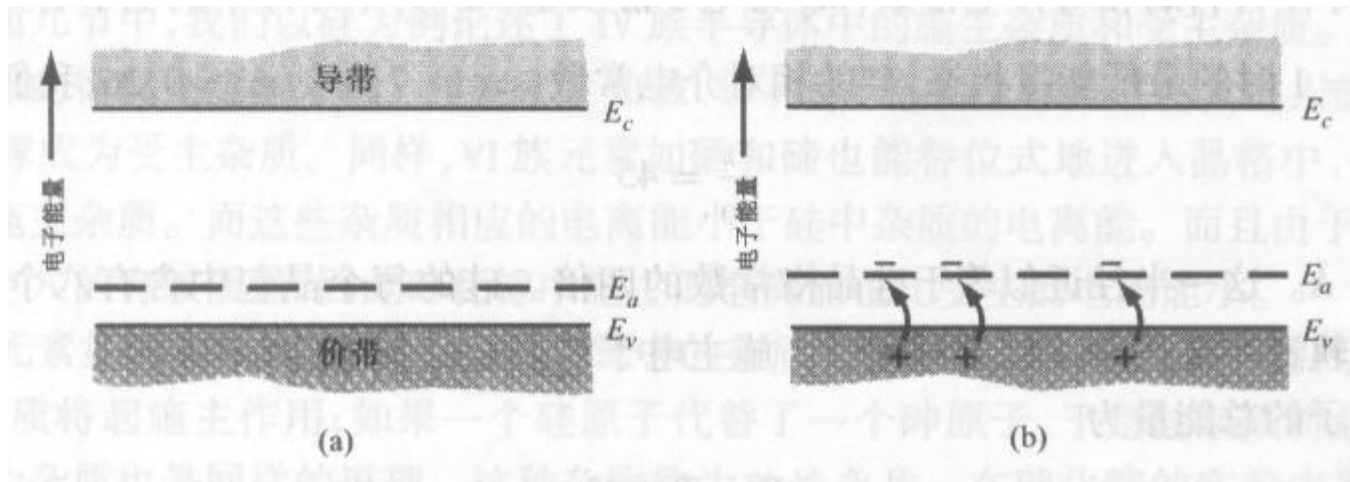


图 4.7 示出了设想的“空”位能级位置并说明了价带中空穴的产生过程。空穴可以在整个晶体中运动形成电流,但带负电的硼原子固定不动。III 族元素原子从价带中获得电子,因此我们称之为受主杂质原子。受主杂质原子能在价带中产生空穴,但不在导带中产生电子。我们称这种类型的半导体材料为 p 型材料(p 表示带正电的空穴)。

4.2 掺杂原子与能级 电离能

施主电子的轨道半径包含了许多硅原子。施主电子并未紧密束缚于施主原子。

轨道电子的总能量为

$$E = T + V \quad (4.33)$$

其中 T 表示电子动能, V 表示电子势能。动能为

$$T = \frac{1}{2} m^* v^2 \quad (4.34)$$

将用式(4.28)得到的 v 和用式(4.29)得到的半径 r_n 代入上式, 动能变为

$$T = \frac{m^* e^4}{2(n\hbar)^2 (4\pi\epsilon)^2} \quad (4.35)$$

势能为

$$V = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon r_n} = \frac{-m^* e^4}{(n\hbar)^2 (4\pi\epsilon)^2} \quad (4.36)$$

总能量为动能与势能之和, 所以有

$$E = T + V = \frac{-m^* e^4}{2(n\hbar)^2 (4\pi\epsilon)^2} \quad (4.37)$$

对于氢原子, $m^* = m_0$, $\epsilon = \epsilon_0$ 。处于最低能态的氢原子的电离能为 $E = -13.6 \text{ eV}$ 。在硅中, 电离能为 $E = -25.8 \text{ meV}$, 它比硅的禁带宽度小很多。这一能量值近似等于施主原子的电离能, 或者说激发施主电子进入导带所需的能量。

4.2 掺杂原子与能级

电离能

- 常见杂质的电离能

表 4.3 硅和锗中的杂质电离能

杂质	电离能 (eV)	
	Si	Ge
施主		
磷	0.045	0.012
砷	0.05	0.0127
受主		
硼	0.045	0.0104
铝	0.06	0.0102

4.2 掺杂原子与能级

III-V族半导体

■ GaAs的杂质电离能

- 双性杂质的概念__硅替代镓做施主，替代砷做受主.

表 4.4 砷化镓中的杂质电离能

杂质	电离能(eV)	杂质	电离能(eV)
施主		受主	
硒	0.0059	铍	0.028
碲	0.0058	锌	0.0307
硅	0.0058	镉	0.0347
锗	0.0061	硅	0.0345
		锗	0.0404



4.3 本征半导体

- 本征半导体
- 非本征半导体

4.3 本征半导体 电子和空穴的平衡状态分布

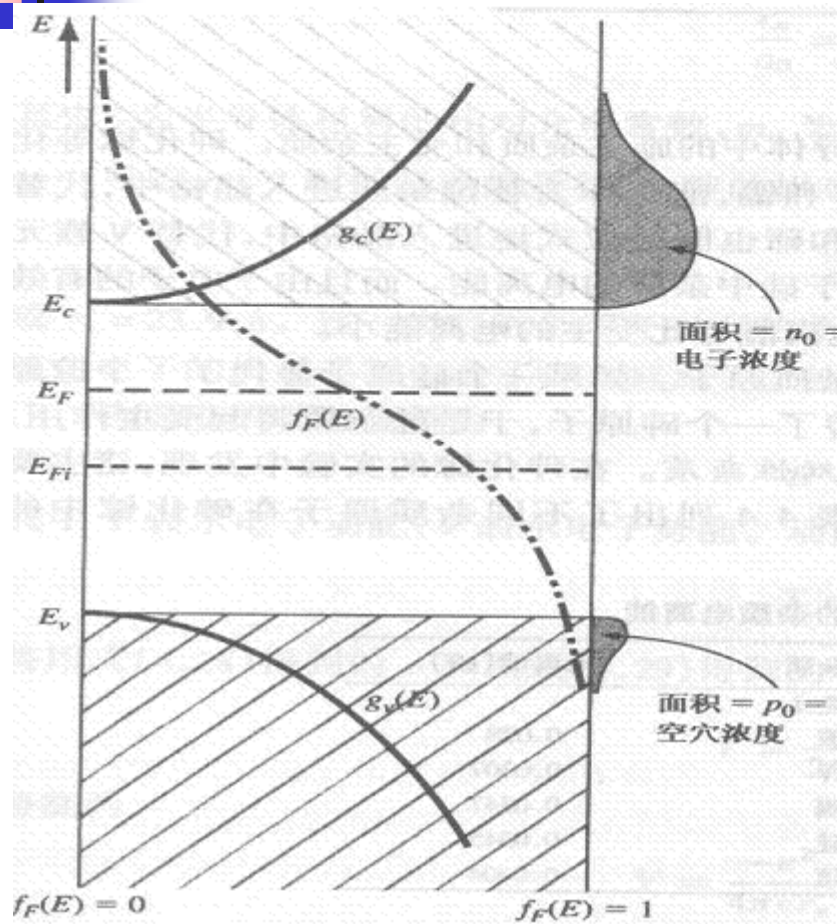


图 4.8 E_F 高于本征费米能级时的状态函数密度、费米-狄拉克概率分布函数以及代表电子浓度和空穴浓度的面积

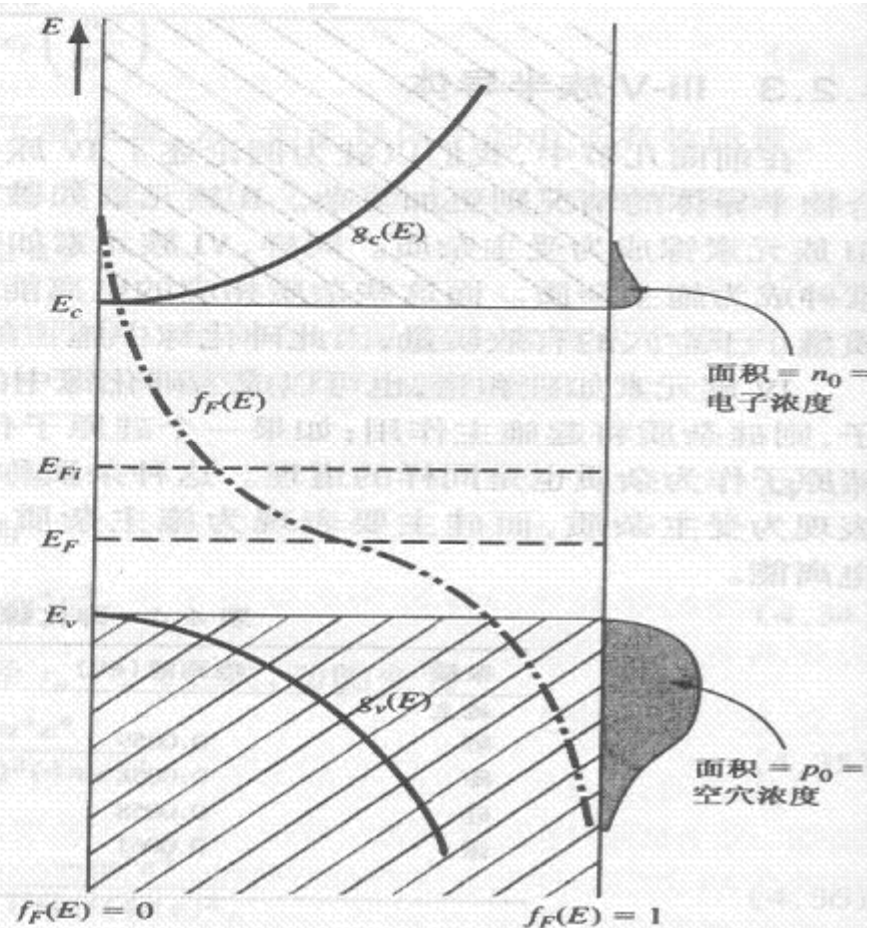
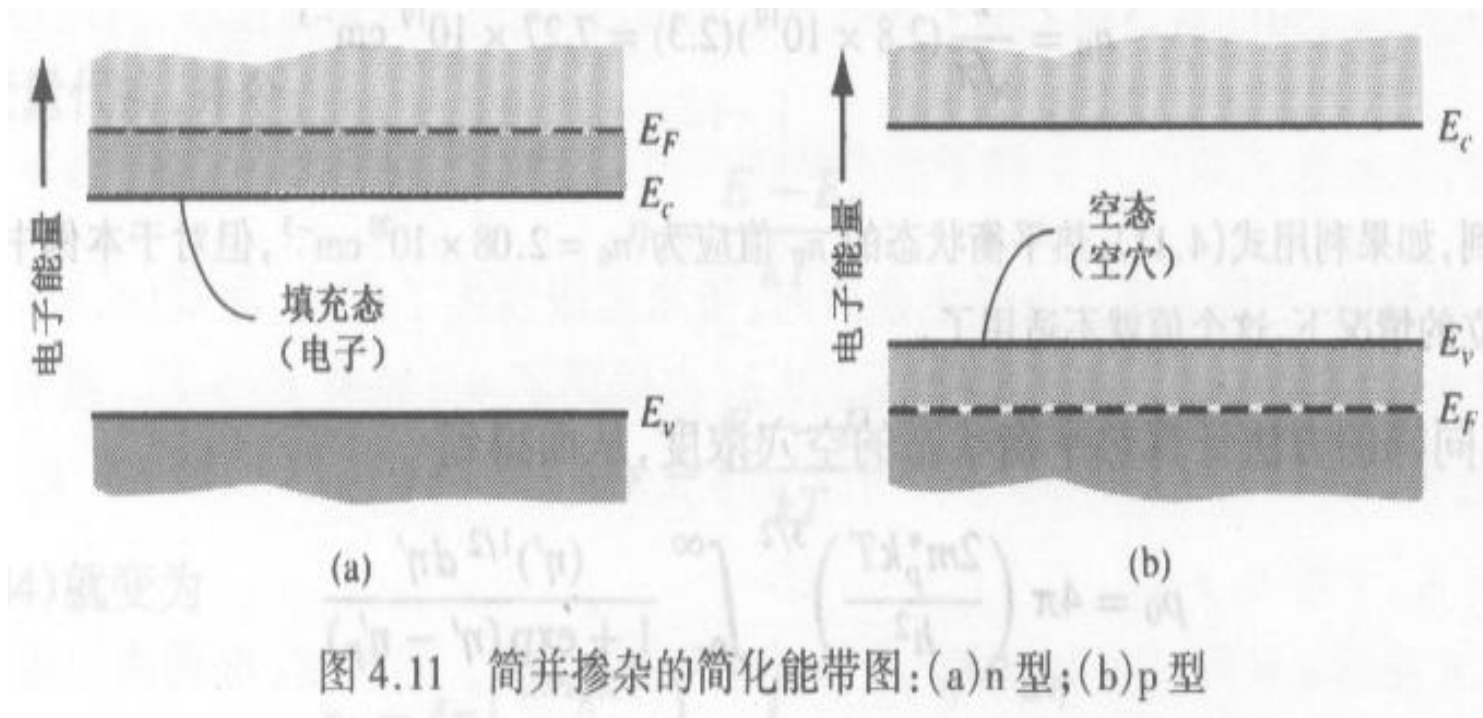


图 4.9 E_F 低于本征费米能级时的状态函数密度、费米-狄拉克概率分布函数以及代表电子浓度和空穴浓度的面积

4.3 本征半导体 简并与非简并半导体

- 杂质浓度小时__非简并
- 杂质浓度大时__简并 (Degenerate 退化)



4.4 施主和受主的统计学分布

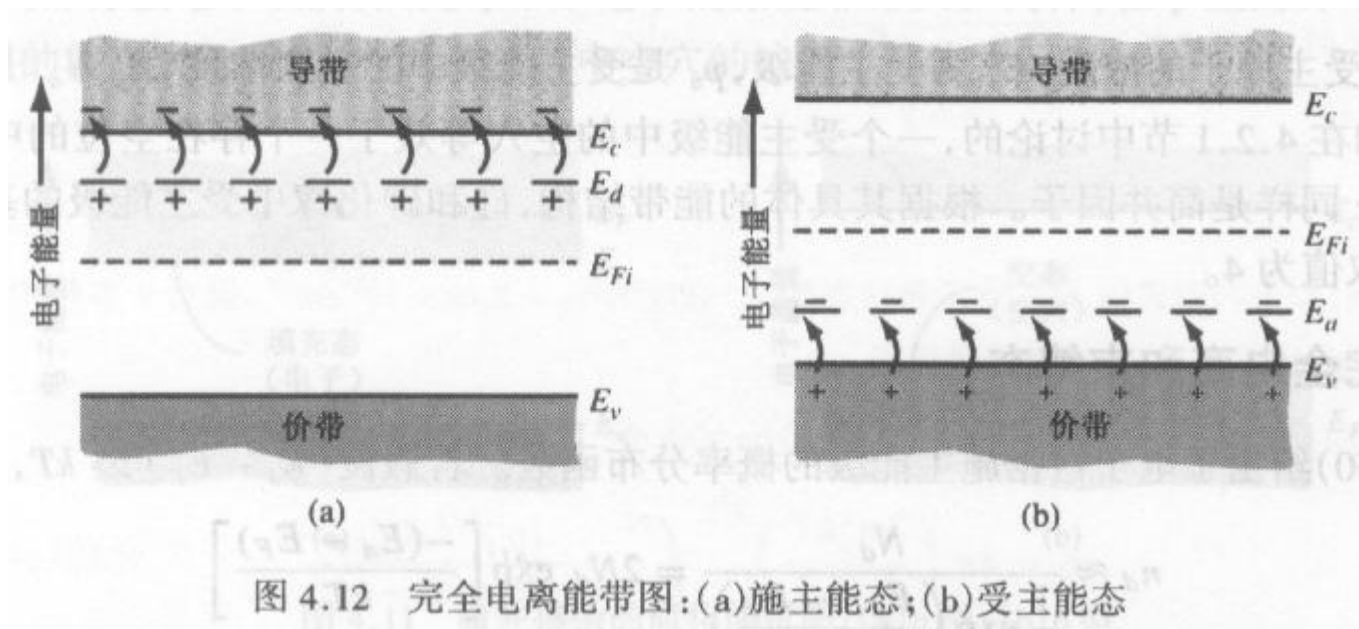
电子占据施主能级的概率函数为

$$n_d = \frac{N_d}{1 + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{E_d - E_F}{kT}\right)} \quad (4.50)$$

其中 n_d 是电子占据施主能级的密度, E_d 是施主能级的能量。等式中的因子 $\frac{1}{2}$ 是前面提到的自旋因素的直接结果。因子 $\frac{1}{g}$ 有时写做 $1/g$, 其中 g 称为简并因子。

4.4 施主和受主的统计学分布

- 室温时完全电离



4.4 施主和受主的统计学分布

- 绝对 0 度是没有电离（束缚态）

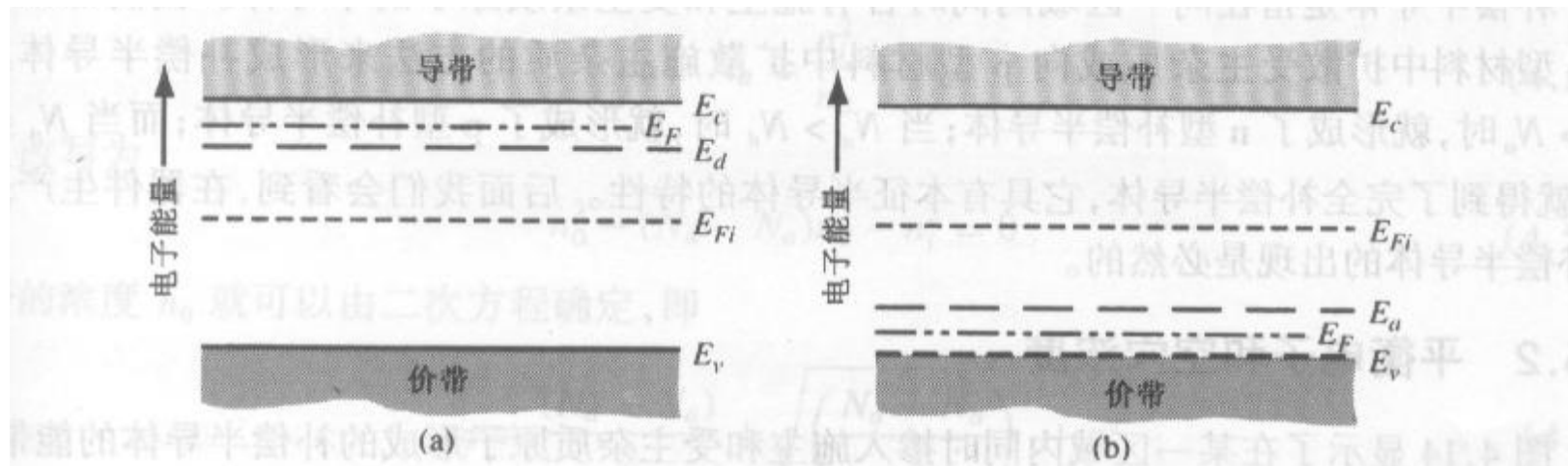


图 4.13 $T=0\text{ K}$ 时的半导体能带图:(a)n 型;(b)p 型

在 $T=0\text{ K}$ 的束缚态与 $T=300\text{ K}$ 的完全电离态之间,施主和受主原子存在部分电离。

4.5 电中性状态

- 补偿半导体
同一区域含有
施主和受主两种原子

$$n_0 + (N_a - p_a) = p_0 + (N_d - n_d)$$

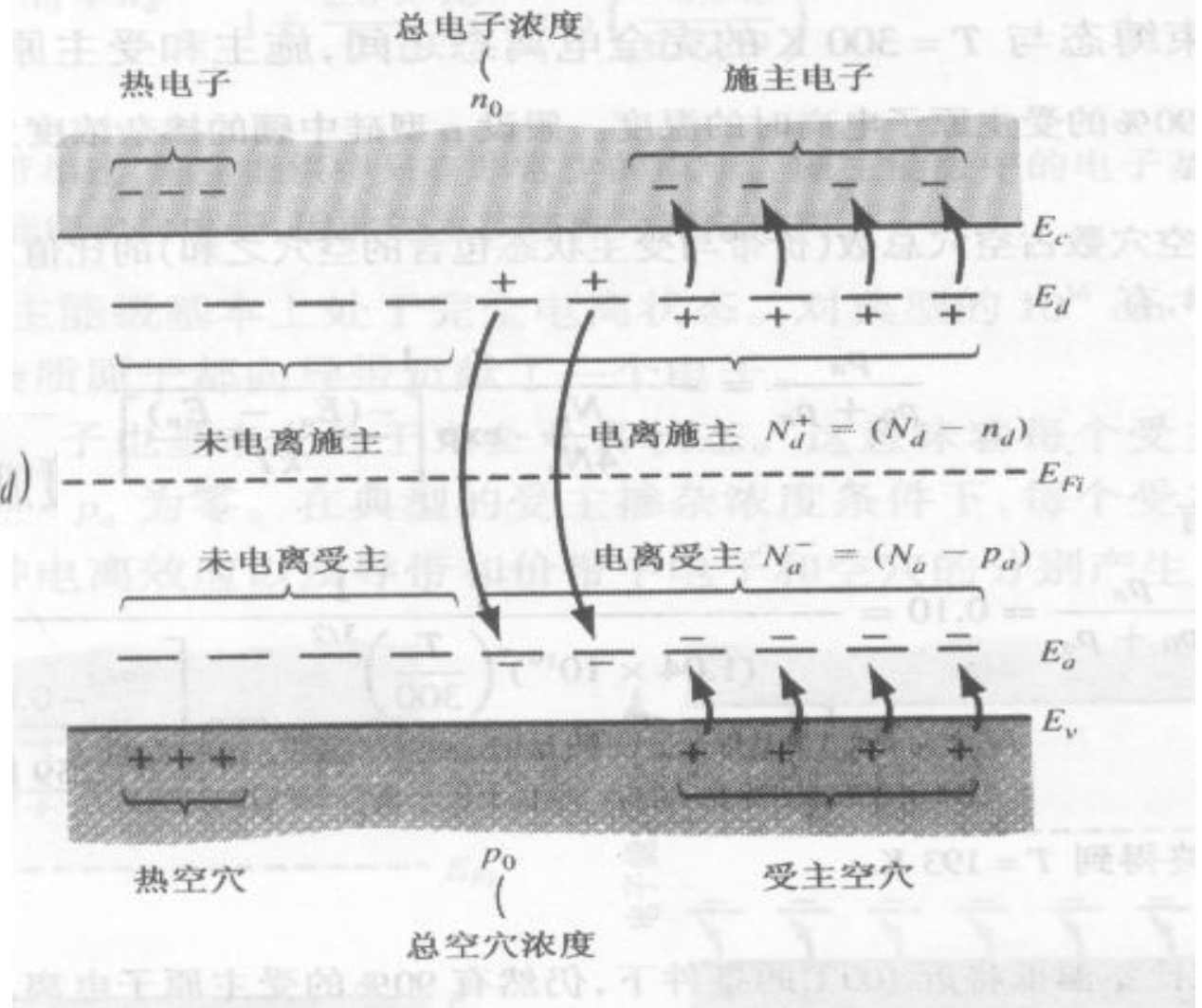


图 4.14 电离和非电离的施主和受主补偿半导体能带图

4.5 电中性状态

例 4.9 中看到的,少数载流子空穴的浓度因此降低了。同时,由于重新分布,导带的净电子浓度也并不简单地等于施主浓度加上本征电子浓度。

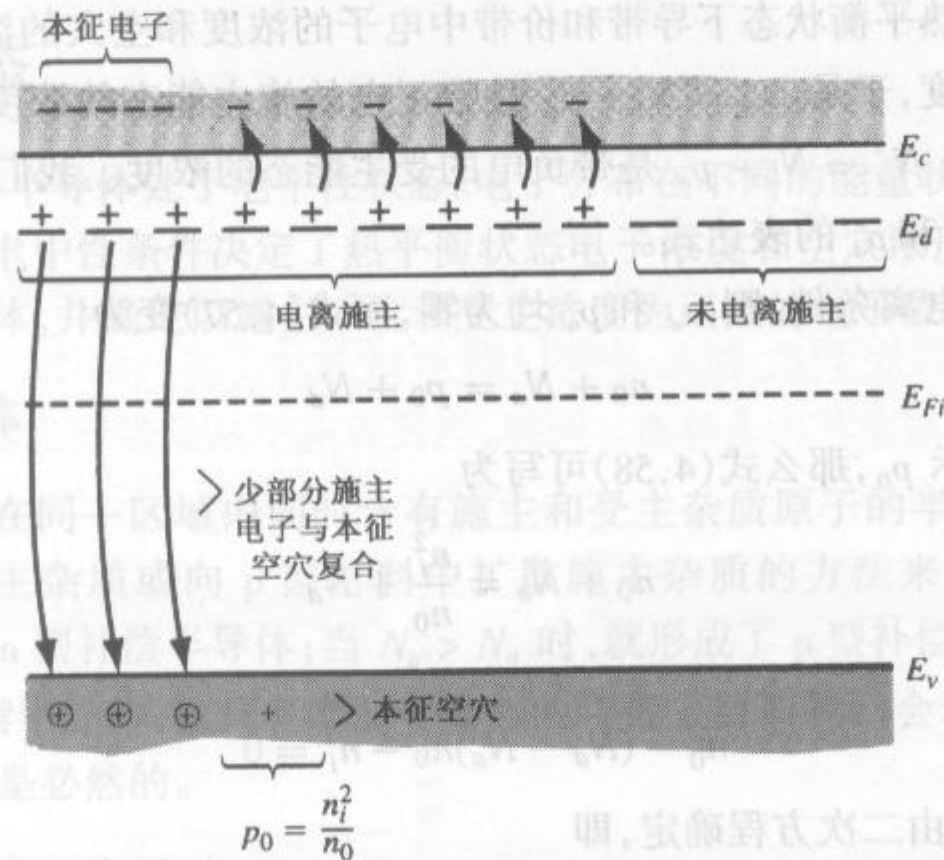


图 4.15 掺入施主后电子重新分布的能带图

4.5 电中性状态

■ 说明

如果施主杂质浓度与本征载流子浓度的数量级相差不太多,那么热平衡多数载流子电子的浓度就会受到本征浓度的影响。

本征载流子浓度 n_i 是温度的强函数。随着温度的增加,热生出了额外的电子-空穴对,导致式(4.60)中的 n_i^2 项开始占据主导地位。半导体最终将失去它的非本征特性。图 4.16 显示了掺杂施主浓度为 $5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ 的硅中的电子浓度与温度的关系。随着温度的增加,可以看到本征浓度从哪里开始占据主导地位。图中也显示了部分电离以及低温束缚态。

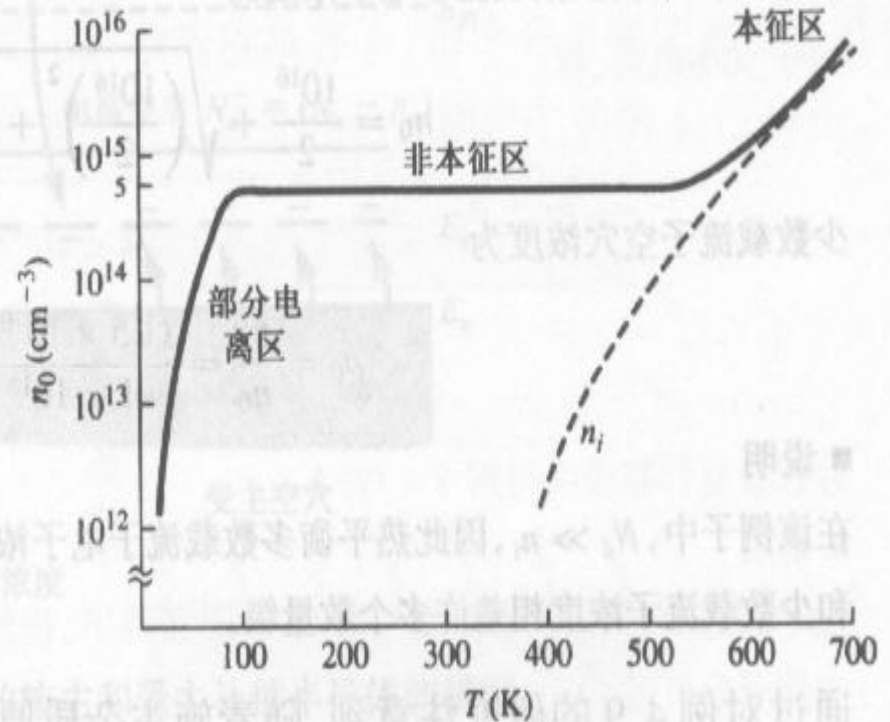


图 4.16 电子浓度与温度的关系,显示了三个区域:部分电离、非本征和本征

4.6 费米能级的位置

■ n型和p型

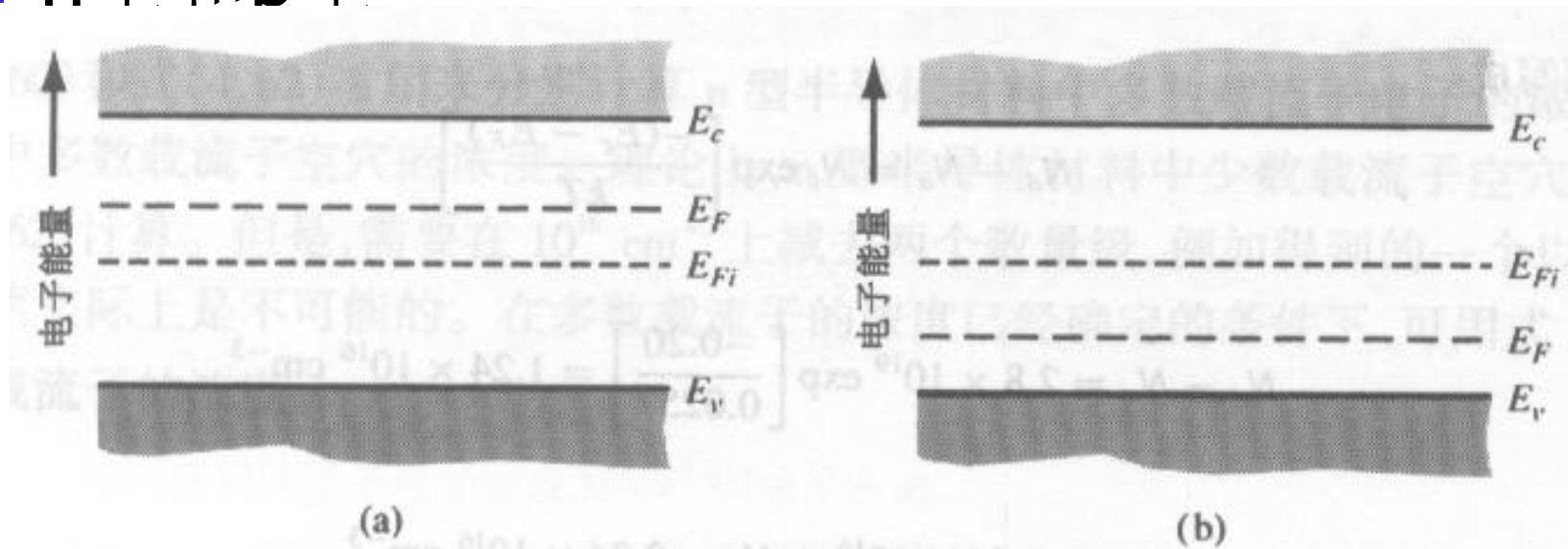


图 4.17 两种类型半导体的费米能级位置:(a)n型($N_d > N_a$);(b)p型($N_a > N_d$)

$$E_F - E_{Fi} = kT \ln \left(\frac{n_0}{n_i} \right)$$

$$E_{Fi} - E_F = kT \ln \left(\frac{p_0}{n_i} \right)$$

4.6 费米能级的位置

■ 与掺杂浓度的关系

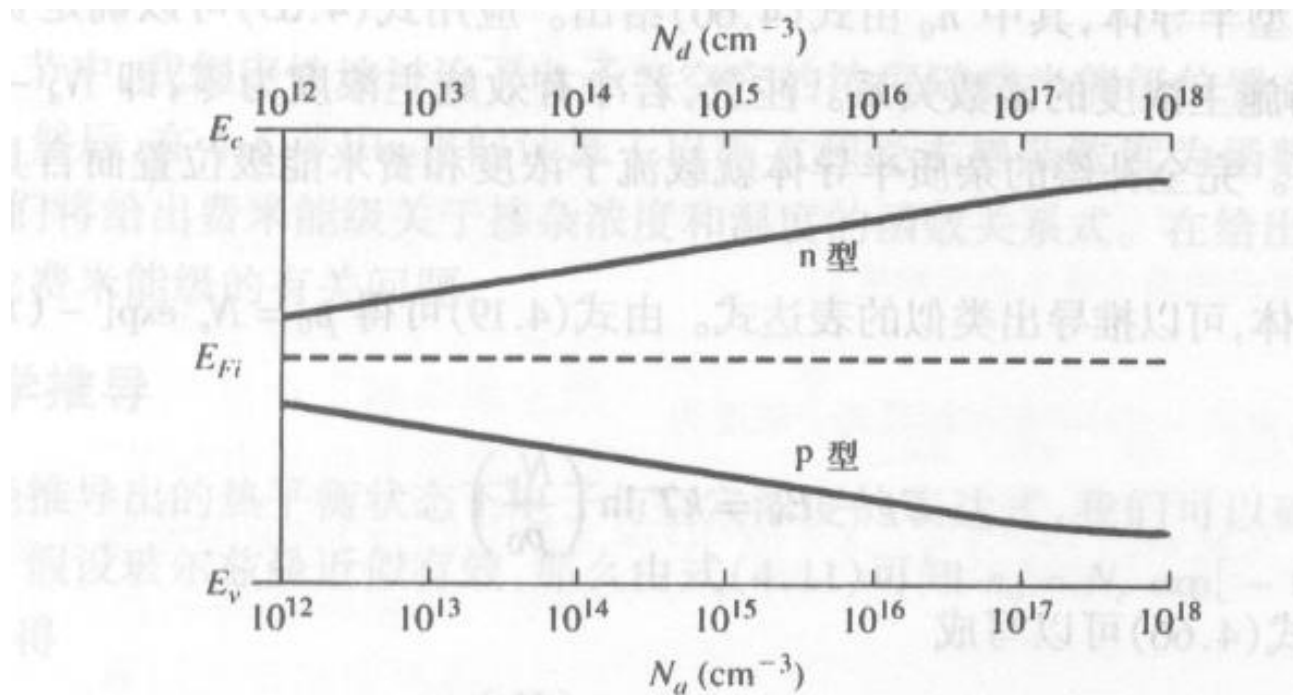


图 4.18 p 型与 n 型半导体的费米能级关于掺杂浓度的函数曲线图

4.6 费米能级的位置

- 与温度的关系

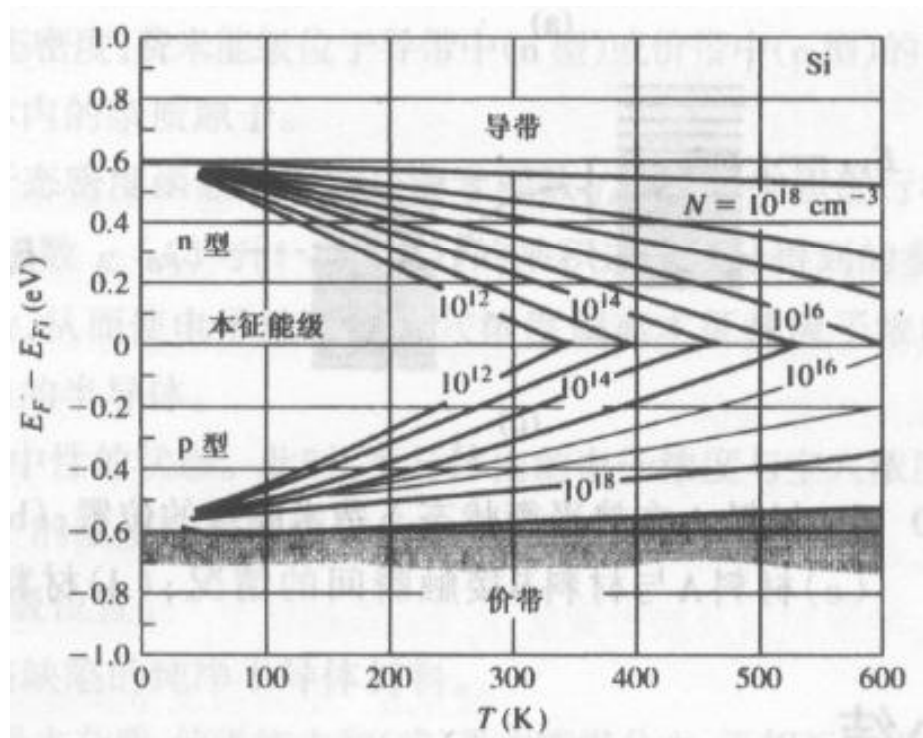


图 4.19 各种掺杂浓度下费米能级的位置随温度变化的函数图

4.6 费米能级的位置 应用

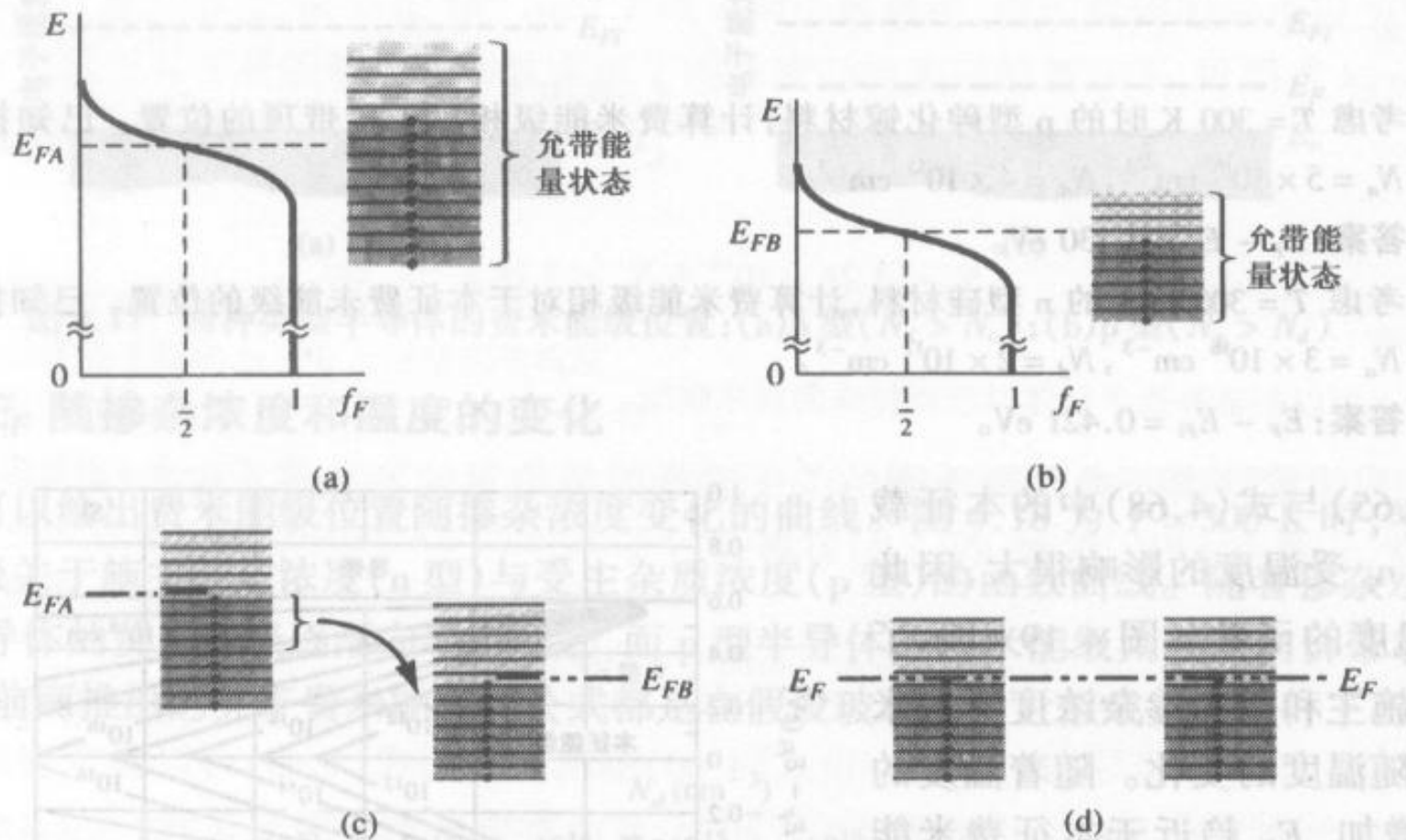


图 4.20 (a)材料 A 在热平衡状态下费米能级的位置;(b)材料 B 在热平衡状态下费米能级的位置;
(c)材料 A 与材料 B 接触瞬间的情况;(d)材料 A 与材料 B 接触达到热平衡状态的情况

小结

- 导带电子浓度是在整个导带能量范围上,对导带状态密度与费米-狄拉克概率分布函数的乘积进行积分得到的。
- 价带空穴浓度是在整个价带能量范围上,对价带状态密度与某状态为空的概率 $[1 - f_F(E)]$ 的乘积进行积分得到的。
- 采用麦克斯韦-玻尔兹曼近似,导带热平衡电子浓度的表达式为

$$n_0 = N_c \exp \left[\frac{-(E_c - E_F)}{kT} \right]$$

其中 N_c 是导带有效状态密度。

- 采用麦克斯韦-玻尔兹曼近似,价带热平衡空穴浓度的表达式为

$$p_0 = N_v \exp \left[\frac{-(E_F - E_v)}{kT} \right]$$

其中 N_v 是价带有效状态密度。

- 本征载流子的浓度由下式确定:

$$n_i^2 = N_c N_v \exp \left[\frac{-E_g}{kT} \right]$$

- 本章讨论了对半导体掺入施主杂质(V族元素)和受主杂质(III族元素)形成n型和p型非本征半导体的概念。
- 推导出了基本关系式 $n_i^2 = n_0 p_0$ 。
- 引入了杂质完全电离与电中性的概念,推导出了电子与空穴浓度关于掺杂浓度的函数表达式。
- 推导出了费米能级位置关于掺杂浓度的表达式。
- 讨论了费米能级的应用。在热平衡状态下,半导体内的费米能级处处相等。

重要术语解释

受主原子:为了形成 p 型材料而加入半导体内的杂质原子。

载流子电荷:在半导体内运动并形成电流的电子和(或)空穴。

杂质补偿半导体:同一半导体区域内既含有施主杂质又含有受主杂质的半导体。

完全电离:所有施主杂质原子因失去电子而带正电,所有受主杂质原子因获得电子而带负电的情况。

简并半导体:电子或空穴的浓度大于有效状态密度,费米能级位于导带中(n 型)或价带中(p 型)的半导体。

施主原子:为了形成 n 型材料而加入半导体内的杂质原子。

有效状态密度:即在导带能量范围内对量子态密度函数 $g_c(E)$ 与费米函数 $f_F(E)$ 的乘积进行积分得到的参数 N_c ; 在价带能量范围内对量子态密度函数 $g_v(E)$ 与 $[1 - f_F(E)]$ 的乘积进行积分得到的参数 N_v 。

非本征半导体:进行了定量施主或受主掺杂,从而使电子浓度或空穴浓度偏离本征载流子浓度产生多数载流子电子(n 型)或多数载流子空穴(p 型)的半导体。

束缚态:低温下半导体内的施主与受主呈现中性的状态。此时,半导体内的电子浓度与空穴浓度非常小。

本征载流子浓度 n_i :本征半导体内导带电子的浓度和价带空穴的浓度(数值相等)。

本征费米能级 E_{Fi} :本征半导体内的费米能级位置。

本征半导体:没有杂质原子且晶体中无晶格缺陷的纯净半导体材料。

非简并半导体:掺入相对少量的施主和(或)受主杂质,使得施主和(或)受主能级分立、无相互作用的半导体。

知识点

学完本章后,读者应具备如下能力:

- 推导出热平衡电子浓度与空穴浓度关于费米能级的表达式。
- 推导出本征载流子浓度的表达式。
- 说出 $T = 300 \text{ K}$ 下的本征载流子浓度值。
- 推导出本征费米能级的表达式。
- 描述半导体内掺入施主与受主杂质后的影响。
- 理解完全电离的概念。
- 了解公式 $n_i^2 = n_0 p_0$ 的推导过程。
- 描述简并与非简并半导体的概念。
- 讨论电中性的概念。
- 推导出 n_0 与 p_0 关于掺杂浓度的表达式。
- 描述费米能级随温度与掺杂浓度的变化情况。

复习题

1. 写出 $n(E)$ 与 $p(E)$ 关于状态密度与费米统计分布的函数表达式。
2. 在根据费米能级推导 n_0 的表达式时,积分的上限应为导带顶的能量,说明可以用正无穷代替它的原因。
3. 假设玻尔兹曼近似成立,写出 n_0 与 p_0 关于费米能级的表达式。
4. $T = 300 \text{ K}$ 时硅的本征载流子浓度值是多少?
5. 在什么情况下本征费米能级处于禁带中央?
6. 什么是施主杂质? 什么是受主杂质?
7. 完全电离是什么意思? 束缚态又是什么意思?
8. n_0 与 p_0 的乘积等于什么?
9. 写出完全电离条件下的电中性方程。
10. 绘制出 n 型材料的 n_0 随温度变化的曲线。
11. 分别绘制出费米能级随温度和掺杂浓度变化的曲线。



END

本次课回顾