微电子器件可靠性

Reliability of Microelectronic Devices

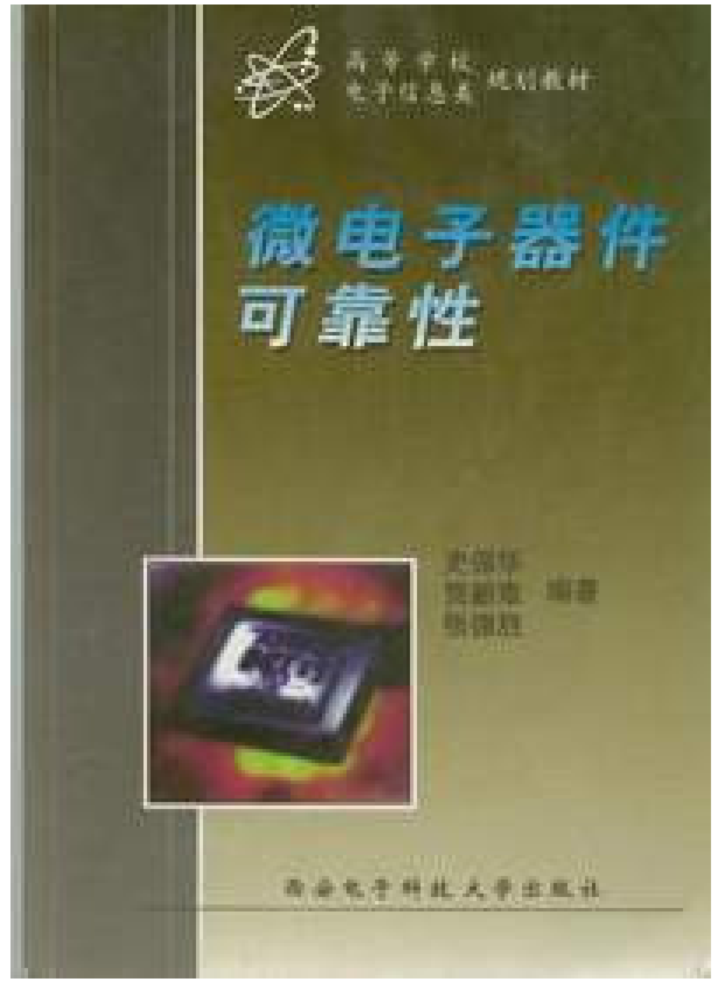
西安电子科技大学 XIDIDIAN UNIVERSITY

V2.0 © 2007 韩孝勇 Han XiaoYong
xyhan5151@yahoo.com.cn www.dianzichan.com

第一次课 概述 可靠性数学

课本和课时分配情况

1、 概述 可靠性数学
2、 失效物理1
3、 失效物理2
4、 失效分析1
5、 失效分析2
6、 可靠性设计1
7、 可靠性设计2
8、 可靠性设计3
9、工艺可靠性1
10、工艺可靠性2
11、可靠性试验1
12、可靠性试验2
13、 使用可靠性
14、可靠性管理
15、回顾总结复习



参考书

姚立真等，可靠性物理，电子工业出版社，2004年8月

顾瑛等，可靠性工程数学，电子工业出版社，2004年8月

刘明治等，可靠性试验，电子工业出版社，2004年8月

贾新章等，统计过程控制与评价，电子工业出版社，2004年8月

彭苏娥等，质量与可靠性管理，电子工业出版社，2004年8月

第一次课 概述 可靠性数学

- 本次课内容

第一章 概述

1.1 可靠性工作的意义和内容

1.2 质量、可靠性、经济性之间的关系

1.3 可靠性工作的内容

第二章 可靠性数学基础

2.1 可靠性的定量表征

2.2 常用概率分布

2.3 可靠性框图和数学模型

2.4 分布的检验

补充材料

- **本次课要点**

可靠性工作的意义和内容

可靠性的定义

可靠性的定量表征

常用概率分布

可靠性框图和数学模型

第一章 概述

1.1 可靠性工作的意义

可靠性定义：产品在规定条件下和规定时间内完成规定功能的能力。

影响重大：一颗价值几元的IC可以毁掉一个工程，比如火箭发射等。

可靠性研究内容广泛

可靠性工作涉及的面很广。一方面，它包括产品的开发研究、设计、制造、包装、贮存、运输和使用维修等各个环节；另一方面，从电路结构到材料、设备、仪器、工具、加工制造、工艺控制、质量管理等方面，都与其有关系。从学科上讲，它涉及失效物理、数理统计、数学模型、化学反应、机械应力、环境工程、实验方法、生产管理等方面，有基础理论，也有实用技术与经验。其战线长、内容多、范围广，涉及到产品的方方面面。它不仅带有科学研究，工程应用的性质，还必须统筹安排，科学管理。要由研制开发、生产及使用方的工程技术人员、工人、管理干部和产品有关的原材料、元器件、仪器设备供应商共同协作，方

1.2 质量、可靠性、经济性之间的关系

产品的质量，是一个广义的提法（主要指外部特征，技术指标，可靠性，经济性，安全性等）

“产品的质量是企业的生命”

产品可靠性一般包括：

|-固有可靠性（设计制造出来的）

|-使用可靠性 （对使用环境 人物 等的要求）

|-可维修性（对整机来说是可维修，对IC来讲主要偏重可测性）

产品的经济性（一般指生产费用，全寿命周期费用，物美价廉）

1.3 可靠性工作的内容

- 基础：

  理论（数理统计，可靠性数学模型，实验理论基础，失效物理等等）

  设备（环境试验设备，可靠性试验设备，检测分析设备。主要是国外大型设备，国内拥有最多分析手段的是广州5所：可靠性研究所）

- 技术：

  产品可靠性（可靠性设计、制造可靠性、可靠性试验、可靠性管理、 失效分析）

  使用可靠性（正确使用方法）

- 管理：

  国家级（政策标准管理） 企业级（内部管理）

- 教育：

  交流培训（教材，培训班，学术交流等）

第二章 可靠性的数学基础

2.1 可靠性的定量表征

- 可靠度R(t)：产品在规定条件下，规定时间内，完成规定功能的概率p5
- 失效概率F(t)：产品在规定条件下，规定时间内，不能完成规定功能（失效）的概率 p6
- 失效概率密度f(t)：t时刻的单位时间内失效的概率 p6
- 瞬时失效率λ(t)：t时刻尚未失效的器件在单位时间内失效的概率 p6
  - 可靠性等级：亚五级到十级　　　浴盆曲线：典型失效曲线
- 平均寿命：寿命的平均值 p8
- 可靠寿命：可靠度降为R时的工作时间p9
  - （特征寿命，r=1/e　　中位寿命 r=0.5）
- 各特征量的关系

可靠度R(t)

1. 可靠度 $R(t)$

可靠度是指产品在规定的条件下，在规定的时间内，完成规定功能的概率。概率是用数量来表示的，所以是定量化的描述。因它与时间有关，常记作 $R(t)$，也称为可靠度(函数)，用数学方式表示为

$$R(t) = P\{\xi > t\} \tag{2.1}$$

也可近似表示为

$$R(t) \approx \frac{N - n(t)}{N} \doteq \frac{N(t)}{N} \tag{2.1a}$$

式中 ξ 为随机变量，这里指产品寿命，N 为进行试验的产品总数，$n(t)$为试验到 t 时刻失效的总个数，$N(t)$为工作到 t 时刻仍在正常工作的产品数，当 N 足够大时，可用等式右边 $N(t)/N$ 表示。$R(t)$描述了产品在(0，t]时间段内完好的概率。

失效概率F(t)

2. 失效概率 $F(t)$

失效概率也叫累积失效概率或不可靠度(性)，是指产品在规定的条件下在时间 t 以前失效的概率，也就是寿命这一随机变量($\xi \leqslant t$)的分布函数，记为 $F(t)$ ，由概率论知：

$$F(t) = P\{\xi \leqslant t\} \tag{2.2}$$

在实际数据处理中，失效概率 $F(t)$的近似值为

$$F(t) \approx \frac{n(t)}{N} \tag{2.2a}$$

由式(2.1)与(2.2)相加得

$$R(t) + F(t) = \frac{N - n(t)}{N} + \frac{n(t)}{N} = 1 \tag{2.3}$$

$R(t)$与 $F(t)$是对立事件，其概率之和应为 1。

失效概率密度f(t)

3. 失效概率密度 $f(t)$

失效密度(失效概率密度)是指产品在 t 时刻的单位时间内，发生失效的概率，它用来描述在 0～+∞的整个时间轴上的分布情况，说明器件在各时刻失效的可能性，是寿命这一随机变量的密度函数 $f(t)$，是累积失效概率 $F(t)$的微商(时间变化率)。如 $F(t)$连续，则

$$f(t)=F'(t) \tag{2.4}$$

即

$$F(t)=\int_0^t f(x)\mathrm{d}x \tag{2.5}$$

式(2.4)可近似表示为

$$f(t)\approx\frac{F(t+\Delta t)-F(t)}{\Delta t}=\frac{\left[\frac{n(t+\Delta t)}{N}-\frac{n(t)}{N}\right]}{\Delta t}=\frac{\Delta n(t)}{N\Delta t} \tag{2.4a}$$

式中 $\Delta n(t)$表示$(t, t+\Delta t)$时间间隔内失效的器件数。

器件的寿命服从何种分布，就是说其 $f(t)$和 $F(t)$是何种函数。由式(2.3)及(2.1)可得

$$R(t)=P\{\xi>t\}=1-P\{\xi\leqslant t\}=1-F(t)=\int_t^\infty f(x)\mathrm{d}x \tag{2.6}$$

显然 $R(0)=1$，而 $R(\infty)=\lim\limits_{t\to\infty}R(t)=0$，即产品开始处于完好状态，而最终都要失效。

瞬时失效率λ(t)

理解：

$$\lambda(t)=\frac{\Delta n(t)}{[N-n(t)]\cdot\Delta t}$$

$$=\frac{N}{[N-n(t)]}\cdot\frac{\Delta n(t)}{N\cdot\Delta t}$$

$$=\frac{1}{R(t)}\cdot f(t)$$

4. 瞬时失效率(失效率)$\lambda(t)$

失效率是指在时刻 t 尚未失效的器件在单位时间内失效的概率，它用来描写在各个时刻仍在正常工作的器件失效的可能性，常记作 $\lambda(t)$。在时刻 t 完好的产品，在 $[t, t+\Delta t]$ 时间内失效的概率为

$$P\{t<\xi\leqslant t+\Delta t|\xi>t\}$$

在单位时间内失效的概率为

$$\lambda(t,\Delta t)=\frac{P\{t<\xi\leqslant t+\Delta t|\xi>t\}}{\Delta t} \tag{2.7}$$

因为事件 $t<\xi$ 被包含在事件 $t<\xi\leqslant t+\Delta t$ 之中，若事件 $t<\xi\leqslant t+\Delta t$ 发生，则必导致 $t<\xi$ 事件的发生，所以有

$$(t<\xi\leqslant t+\Delta t)=(t<\xi\leqslant t+\Delta t)\cap(t<\xi)$$

按概率乘法公式

$$P\{t<\xi\leqslant t+\Delta t|\xi>t\}=\frac{P\{(t<\xi\leqslant t+\Delta t)\cap(t<\xi)\}}{P\{\xi>t\}}=\frac{P\{t<\xi\leqslant t+\Delta t\}}{P\{\xi>t\}}$$

所以有

$$\lambda(t,\Delta t)=\frac{P\{t<\xi\leqslant t+\Delta t\}}{\Delta t\cdot P\{\xi>t\}}=\frac{F(t+\Delta t)-F(t)}{\Delta t\cdot P\{\xi>t\}}$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\lambda(t,\Delta t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{F(t+\Delta t)-F(t)}{\Delta t}\cdot\frac{1}{R(t)}=\frac{f(t)}{R(t)}=\frac{f(t)}{1-F(t)} \tag{2.7a}$$

也即

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{R(t)}=\frac{F'(t)}{1-F(t)}=-\frac{R'(t)}{R(t)} \tag{2.7b}$$

又由

$$\lambda(t)=-\frac{R'(t)}{R(t)}$$

得

$$\lambda(t)\mathrm{d}t=-\frac{1}{R(t)}\mathrm{d}R(t)$$

两端取积分，有

$$\int_0^t-\frac{1}{R(t)}\mathrm{d}R(t)=\int_0^t\lambda(t)\mathrm{d}t$$

$$R(t)=\mathrm{e}^{-\int_0^t\lambda(t)\mathrm{d}t} \tag{2.8}$$

平均寿命

5. 平均寿命

器件寿命这一随机变量的平均值称为平均寿命，记作 θ，也常记作 t_{MTTF}，是器件失效前的平均时间。由概率论关于随机变量的数学期望的定义，有

$$E(\xi)=t_{\mathrm{MTTF}}=\theta=\int_0^{\infty}tf(t)\mathrm{d}t=\int_0^{\infty}t\,\mathrm{d}F(t)$$

$$=-\int_0^{\infty}t\,\mathrm{d}R(t)=\int_0^{+\infty}R(t)\mathrm{d}t \tag{2.9}$$

对于一些产品如整机或电子系统，设备出了故障应加以修理或更换失效元器件，修复后又可投入正常使用，这些产品叫可修复产品，平均寿命就要用平均无故障工作时间 t_{MTBF} 表示，这时

$$t_{\mathrm{MTBF}}=\sum_{i=i}^{N}\frac{t_i}{N} \tag{2.10}$$

式中 t_i 为第 i 台设备无故障工作时间，N 为产品的数量。

可靠寿命

6. 可靠寿命

对一些电子产品，当其可靠度降到 r 时的工作时间，记该时间为 t_r，称为产品的可靠寿命，即

$$R(t_r) = r \qquad (2.11)$$

当 r=0.5 时的 t_r 称为产品的中位寿命，r=1/e 时的可靠寿命称为产品的特征寿命。

- 中位寿命r=0.5
- 特征寿命 1/e=0.368 e=2.7

这就是最著名的 1/e 原则。 由于1/e=0.368， 它经常被称为 37% 原则。

前37%不选原则已成功应用于各个领域

失效率等级

- 按失效率分：

亚五级——十级（左表中所示）

- 常用失效率单位：Fit（菲特）

10-9/h（十亿分之一）

即100 万（10000）个元件工作1000小时出现一个失效。

失效率等级名称	失效率等级代号		最大失效率（1/h或1/10次）
	GB/T 1772-79	GJB 2649-96	
亚五级	Y	L	3×10^{-5}
五级	W	M	10^{-5}
六级	L	P	10^{-6}
七级	Q	R	10^{-7}
八级	B	S	10^{-8}
九级	J	-	10^{-9}
十级	S	-	10^{-10}

浴盆曲线

三个阶段： （对应出生 成长 衰老） （成 住 坏 空）

早期失效阶段：失效率随时间下降，主要是工艺缺陷

偶然失效阶段：失效率近似常数，主要是各种偶然因素引起

耗损失效阶段：失效率上升，主要是材料的寿命到了

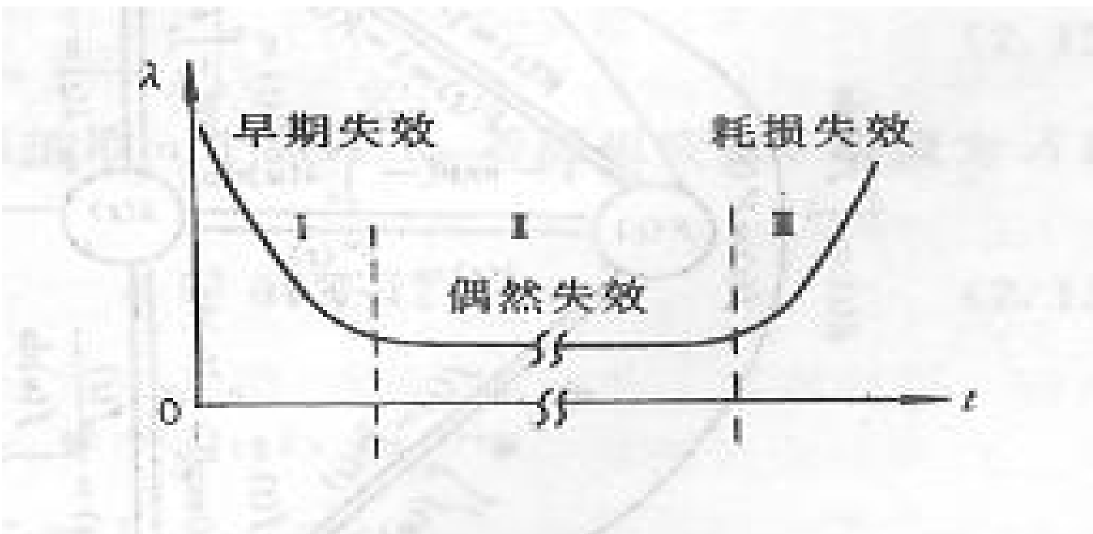
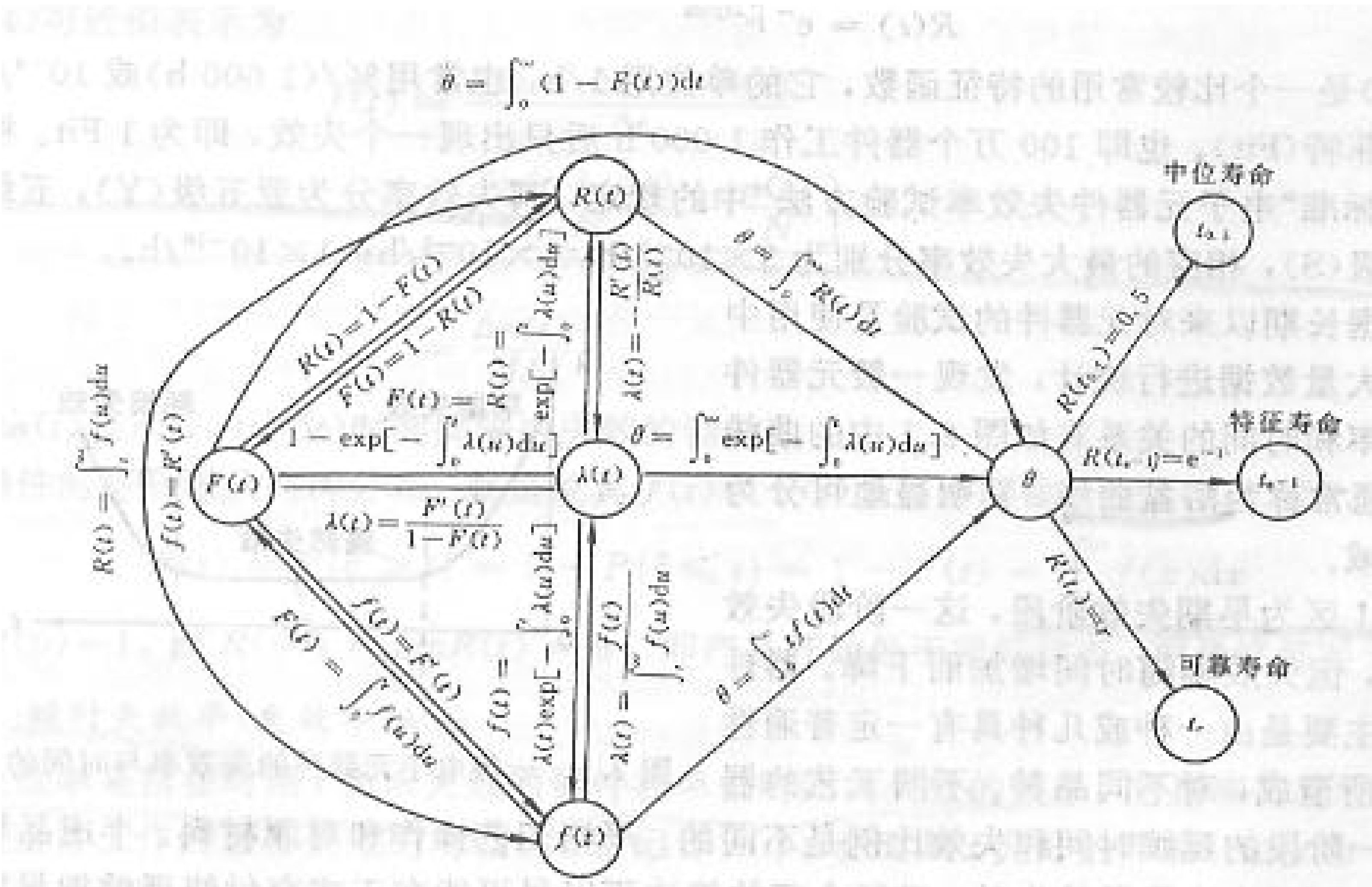


图 2.1 一般电子元器件的失效率与时间的关系

各特征量的关系



2.2 常用的概率分布

搞明白各分布的适用情况就可以，公式不必记

二项分布： p9
泊松分布：P10
指数分布：p10
正态分布：p11
对数正态分布：p12
威布尔分布：p13

常用分布列表
（自己的分布？自己有公式描述某类特殊的失效情况）

二项分布

2.2.1　二项分布 $b(n,p)$

某种随机试验只有两种可能结果，即成功与失败。如从一批器件中随机抽取一个器件，该器件可能是正品（A），也可能是次品（$\bar{A}$），只可能是这两种情况。令它们发生的概率分别为

$$\left.\begin{array}{l} P(\bar{A}) = p \\ P(A) = q = 1 - p \end{array}\right\} \tag{2.12}$$

现在独立地重复做 n 次试验（即上例中随机抽取 n 个器件），若随机变量 ξ 取值为 $\bar{A}$ 的事件（抽到的器件是次品）是 k 次，其概率为

$$P\{\xi = k\} = C_n^k p^k q^{n-k} \qquad k = 0, 1, 2, \cdots n \tag{2.13}$$

则称随机变量 ξ 服从二项分布 $b(n,p)$。显然

$$P\{\xi = k\} \geqslant 0 \qquad k = 0, 1, 2, \cdots n$$

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k p^k q^{n-k} = (p+q)^n = 1$$

随机变量 ξ 取值为 $\bar{A}$ 的次数小于或等于 k 次的累积分布函数为

$$F(k) = P\{\xi \leqslant k\} = \sum_{i=0}^{k} C_n^i p^i q^{n-i} \tag{2.14}$$

其数学期望与方差分别为

$$\left.\begin{array}{l} E(\xi) = \sum_{k=0}^{n} k \cdot P\{\xi = k\} = np \\ D(\xi) = \sum_{k=0}^{n} [k - E(\xi)]^2 P\{\xi = k\} = npq \end{array}\right\} \tag{2.15}$$

二项分布是一种离散型分布，常用于相同单元平行工作的冗余系统中，也用于成败型系统的成功概率计算中。

泊松分布

2.2.2 泊松分布

电子产品中涉及不合格品率或失效率时，二项分布中的 p 值很小，而 n 常很大，二项分布的计算十分繁琐，可根据泊松定理用泊松分布来逼近。即

若 $\lim\limits_{n\to\infty} np = \lambda \geqslant 0$，则

$$\lim_{n\to\infty} b(k;n,p) = \lim_{n\to\infty} C_n^k p^k (1-p)^{n-k} = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda} \quad (k = 0,1,2,\cdots,n) \qquad (2.16)$$

式中 $b(k;n,p)$ 为二项分布 $b(n,p)$ 中事件发生 k 次的通项。等式右边称泊松分布，并把整个数列 $\left\{e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!};\ k = 0,1,2,\cdots,n\right\}$ 记为 $P(\lambda)$，则事件发生 k 次的通项为

$$P(k;\lambda) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda} \qquad (k = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n) \qquad (2.17)$$

上式表示随机变量取值为 k 时的概率服从参数为 λ 的泊松分布。

二项分布的泊松近似，常被用作概率 p 很小事件的计算中，当 $p<0.1$ 时，n 不必很大，近似已很好了。

在可靠性工作中，更常用的泊松分布取下式：

$$P\{\xi = k\} = \frac{(\lambda t)^k}{k!}e^{-\lambda t} \qquad (k = 0,1,2,\ \cdots,\ n) \qquad (2.17a)$$

指数分布

2.2.3 指数分布

前节已从泊松分布推出了指数分布，即

$$\left.\begin{aligned} P\{\tau > t\} &= P\{\xi = 0\} = e^{-\lambda t} = R(t) \\ P\{\tau \leqslant t\} &= 1 - e^{-\lambda t} = F(t) \end{aligned}\right\} \tag{2.18}$$

这即是指数分布函数，相应的密度函数为

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \qquad (0 \leqslant t < \infty,\ 0 < \lambda < \infty)$$

或

$$f(t) = \frac{1}{\theta} e^{\frac{-t}{\theta}} \qquad \lambda = \frac{1}{\theta} \tag{2.19}$$

失效率 λ 是

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda \tag{2.20}$$

λ 是指数分布的参数，是一个与时间无关的常量，可用来描述 $\lambda \sim t$ 浴盆曲线偶然失效期的失效情况；θ 是指数分布的平均寿命。其他的寿命特征有

寿命方差 $\quad D(\xi) = \dfrac{1}{\lambda^2} = \theta^2 \quad$ (2.21)

可靠寿命 $\quad t_r(R) = \dfrac{1}{\lambda} \ln \dfrac{1}{R} \quad$ (2.22)

中位寿命 $\quad t_r(0.5) = 0.693 \dfrac{1}{\lambda} \quad$ (2.23)

正态分布

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]\qquad -\infty<x<+\infty \tag{2.24}$$

则称 x 服从参数为 μ 和 σ 的正态分布，记为 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ、σ 分别称为位置参数和尺度参数，也称均值和标准差。

令 $z=\frac{x-\mu}{\sigma}$，就可将上式化成标准形式，这时标准化随机变量 z 的分布密度函数为

$$\varphi(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-z^2}{2}}\qquad -\infty<z<+\infty \tag{2.24a}$$

分布函数为

$$\Phi(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z}e^{-\frac{u^2}{2}}du=\Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \tag{2.25}$$

$$\int_0^{\infty}\varphi(u)du=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\infty}e^{-\frac{u^2}{2}}du=\frac{1}{2}$$

$$\Phi(-x)=1-\Phi(x)$$

$\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，有表可查。

正态分布的有关可靠性数量特征

$$R(t)=\int_{\frac{t-\mu}{\sigma}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx=1-\Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right) \tag{2.26}$$

$$F(t)=\int_0^{\frac{t-\mu}{\sigma}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx=\Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right) \tag{2.27}$$

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{R(t)}=\frac{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2}}{\int_{\frac{t-\mu}{\sigma}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx}=\frac{\varphi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)\sigma^{-1}}{1-\Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)} \tag{2.28}$$

式中 $\varphi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)$ 为标准正态分布概率密度函数值，可由 $f(t)/\sigma$ 计算出。

$$E(\xi)=\mu \tag{2.29}$$

$$D(\xi)=\sigma^2 \tag{2.30}$$

$$t_r=Z_p\cdot\sigma+\mu \tag{2.31}$$

式中 Z_p 为所要求的可靠度为 r 时，所对应的正态分布分位点值，其关系为

$$r=1-\Phi\left(\frac{t_r-\mu}{\sigma}\right)=1-\Phi(Z_p) \tag{2.32}$$

正态分布的失效率与 μ，σ^2 值无关，随时间呈上升趋势，属递增型(IFR)。

对数正态分布

2.2.5　对数正态分布

随机变量 t 的对数服从正态分布时，其概率密度函数为

$$f(t)=\frac{1}{\sigma t\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{(\ln t-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{2.33}$$

称随机变量 t 服从对数正态分布。式中 μ 称对数均值，σ^2 称对数方差。如果对随机变量不取自然对数值，而取常用对数 lg 值，其规律相同，结果仅差一系数值。

相应的各有关特征量为

$$F(t)=\int_0^t\frac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x-\mu}{\sigma}\right)^2}\mathrm{d}x=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\frac{\ln t-\mu}{\sigma}}\mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}\mathrm{d}t=\Phi\left(\frac{\ln t-\mu}{\sigma}\right) \tag{2.34}$$

$$R(t)=1-\Phi\left(\frac{\ln t-\mu}{\sigma}\right) \tag{2.35}$$

$$\lambda(t)=\frac{\varphi\left(\frac{\ln t-\mu}{\sigma}\right)(\sigma t)^{-1}}{1-\Phi\left(\frac{\ln t-\mu}{\sigma}\right)} \tag{2.36}$$

$$\theta=\mathrm{e}^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}} \tag{2.37}$$

寿命方差

$$\sigma'^2=\theta^2(\mathrm{e}^{\sigma^2}-1) \tag{2.38}$$

$$t_r(R)=\mathrm{e}^{\mu+Z_R\sigma} \tag{2.39}$$

式中 $\varphi\left(\frac{\ln t-\mu}{\sigma}\right)$ 为标准正态分布概率密度函数值，其值由 $f(t)/\sigma t$ 求出，Z_R 的意义同前。

从数理统计可知，若某一随机变量受许多随机因素之和的影响，则它服从正态分布；若其受许多随机因素乘积的影响，则它服从对数正态分布。此时，只要将有关数据取对数，就可方便地按正态分布处理。

失效率 $\lambda(t)$ 取决于参数 μ、σ 的值，一般先上升后下降，随时间变化不呈单调性。对数正态分布常用于设备维修时间的分布及材料的疲劳寿命方面，在半导体器件的寿命分布中也有应用。

威布尔分布

2.2.6 威布尔分布

威布尔分布的概率密度函数为

$$f(t)=\frac{m}{t_0}(t-\gamma)^{m-1}e^{-\frac{(t-\gamma)^m}{t_0}} \qquad \gamma \leqslant t < \infty \tag{2.40}$$

累积分布函数及失效率分别为

$$F(t)=1-e^{-\frac{(t-\gamma)^m}{t_0}} \tag{2.41}$$

$$\lambda(t)=\frac{m}{t_0}(t-\gamma)^{m-1} \tag{2.42}$$

式中有 3 个参数，m 称形状参数，它决定了概率密度曲线的基本形状。$m<1$ 时曲线随时间呈单调下降，常用来描述器件早期失效阶段（浴盆曲线的第一阶段）的寿命分布。$m=1$ 时威布尔分布变成指数分布

$$f(t)=\frac{1}{t_0}\exp\left(-\frac{t-\gamma}{t_0}\right)=\frac{1}{t_0}e^{-\frac{t}{t_0}} \qquad (\gamma=0\text{ 时}) \tag{2.43}$$

它是威布尔分布的一个特例，此时 $\lambda(t)=1/t_0$ 是一常数，与浴盆曲线的偶然失效阶段相符，在实际工作中得到广泛应用。$m>1$ 时曲线有一峰值，m 愈大曲线愈接近于正态分布 $(m\approx4)$，此时 $\lambda(t)$ 随时间而上升，可用来描述浴盆曲线的损耗老化失效阶段的寿命分布。

威布尔分布

t_0称尺度参数，在 m 和 γ 值固定时，不同的 t_0 值，其概率密度 $f(t)$曲线的形状基本相同，而只是沿坐标轴缩放的程度不同，相当于轴的刻度不同，它反映了产品工作时的负荷条件，负荷重，相应尺度参数要小些。当 $t=t_0^{\frac{1}{m}}$时，$F(t)=1-1/e=0.632$，称为特征寿命，用 η 表示。

γ 称位置参数，它决定 $f(t)$曲线的起点，γ 值表示随后产品开始有失效的可能，一般情况下 γ 多为零。

威布尔分布的平均寿命为

$$\theta=\int_0^{\infty}tf(t)\mathrm{d}t=\gamma+\eta\Gamma\left(1+\frac{1}{m}\right) \tag{2.44}$$

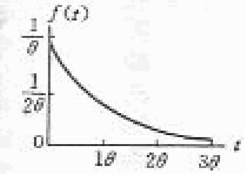
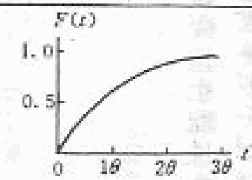
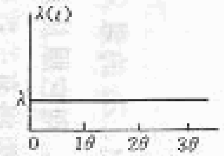
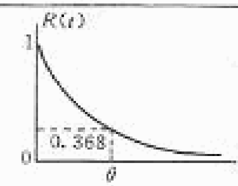
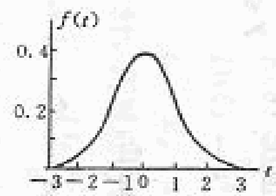
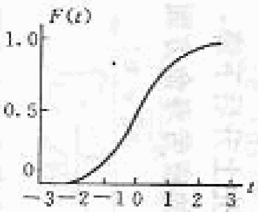
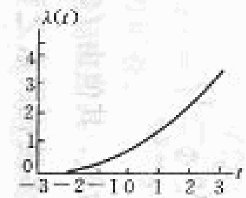
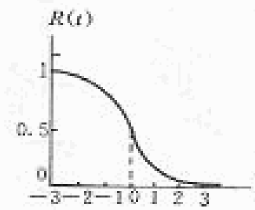
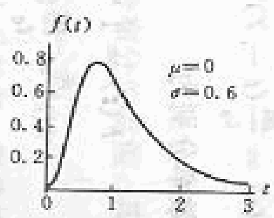
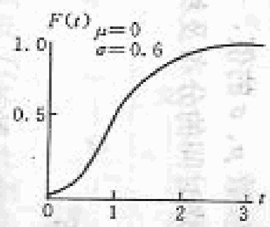
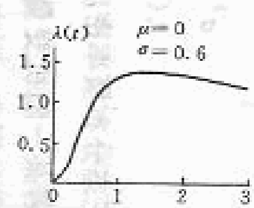
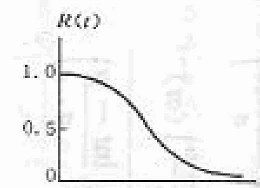
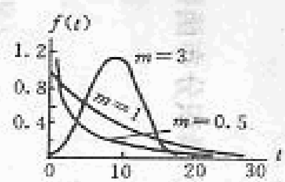
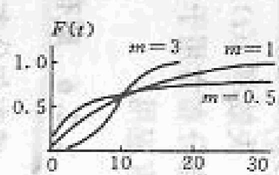
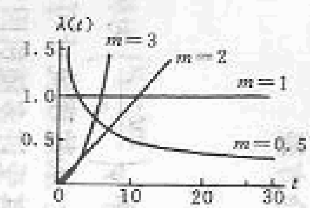
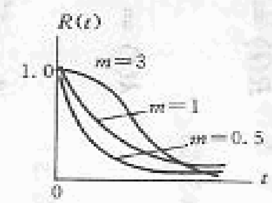
式中 $\Gamma\left(1+\frac{1}{m}\right)$ 为 Γ 函数

$$D(\xi)=\sigma^2=\eta^2\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{m}\right)-\Gamma^2\left(1+\frac{1}{m}\right)\right] \tag{2.45}$$

$$t_r(R)=\gamma+\eta(-\ln R)^{\frac{1}{m}} \tag{2.46}$$

威布尔分布是基于最薄弱环节的原理导出的，相当于一根链条受到拉伸应力，如果有一个链环断裂，整个链条就断裂，这也就是下面要说的串联模型。整个链条的寿命取决于最薄弱环节的强度。由于威布尔分布有三个参数，能适应各种条件变化，调节余地大，一定条件下可转化为其他的失效分布；且参数的取值范围反映了产品故障特性，它对各种类型的试验数据适应能力较强，在可靠性工程中比较重要。

表 2.2 常用连续型概率分布

分布形式及参数	分布密度函数	累积分布函数	失效率	可靠度
指数分布 θ 或 λ				
正态分布 μ, σ				
对数正态分布 μ, σ				
威布尔分布 m, t_0, γ				

2.3 可靠性框图和数学模型

<u>可靠性框图与电气连接的区别</u>

搞清基本概念就行，无须计算。

数学模型

<u>串联系统</u>

<u>并联系统</u>（纯并联系统 表决系统）

<u>混联系统</u>（串并 并串）

<u>冷储备系统</u>

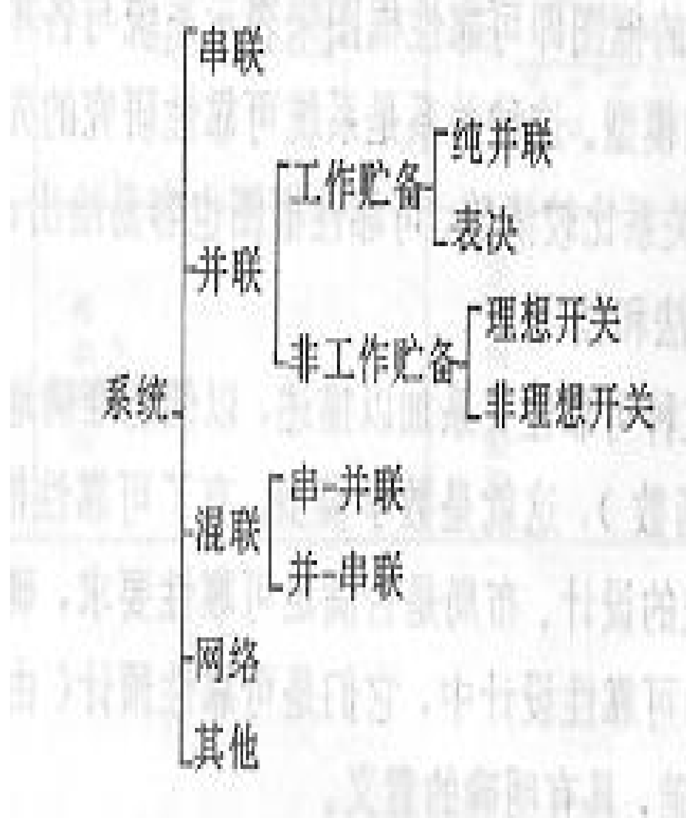


图 2.5 系统可靠性框图的分类

可靠性框图与电气连接的区别

① 可靠性框图与电气联接相区别，不要混同。图 2.3 是一个 LC 并联振荡回路，不论线圈 L 或电容 C，任何一个失效都导致回路失效，因而虽然电气上两者并联，从可靠性角度讲两者是串联。

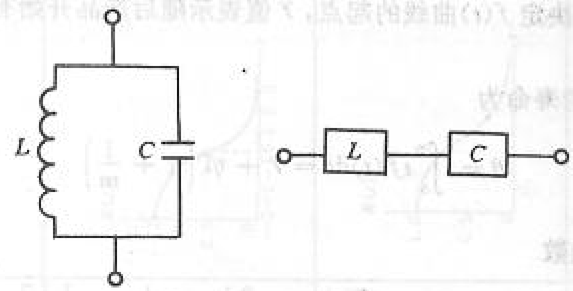


图 2.3 LC 振荡回路及其可靠性框图

(a) 电路；(b) 可靠性框图

② 在建立可靠性框图时要注意其所完成的功能。如电路中常串有一些开关，它在电路中往往有不同的用途。若其功能是接通电路，则需两个开关都完好（要接通时能接通），电路才能接通，其功能关系为串联(图 2.4 中(b))。若其功能关系是为了防止电路切不断，则只要一个开关完好(要断开时能断开)，电路就能切断，其功能关系为并联。

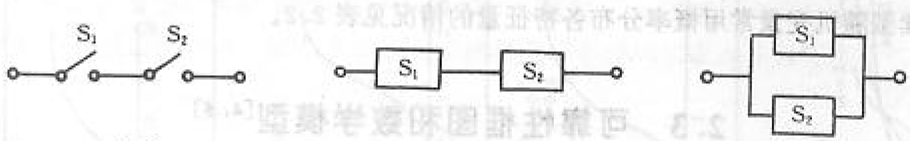


图 2.4 串联开关及其可靠性框图

(a) 电路中串联两个开关；(b) 开关起接通电路功能的可靠性框图；(c) 开关起切断电路功能的可靠性框图

串联系统

图 2.6　串联系统的可靠性框图

① 串联系统的可靠度要低于组成该系统的每个单元的可靠度，且随串联数量增大而迅速降低。

② 串联系统的平均寿命，也比单元的平均寿命要降低。

③ 串联系统的失效率 $\lambda_s(t)$ 比单元的失效率 $\lambda_i(t)$ 增大。

串联系统的系统可靠度与串联单元数的关系见图 2.7，要提高串联系统的可靠度，必须减少串联中的单元数或提高单元的可靠度。

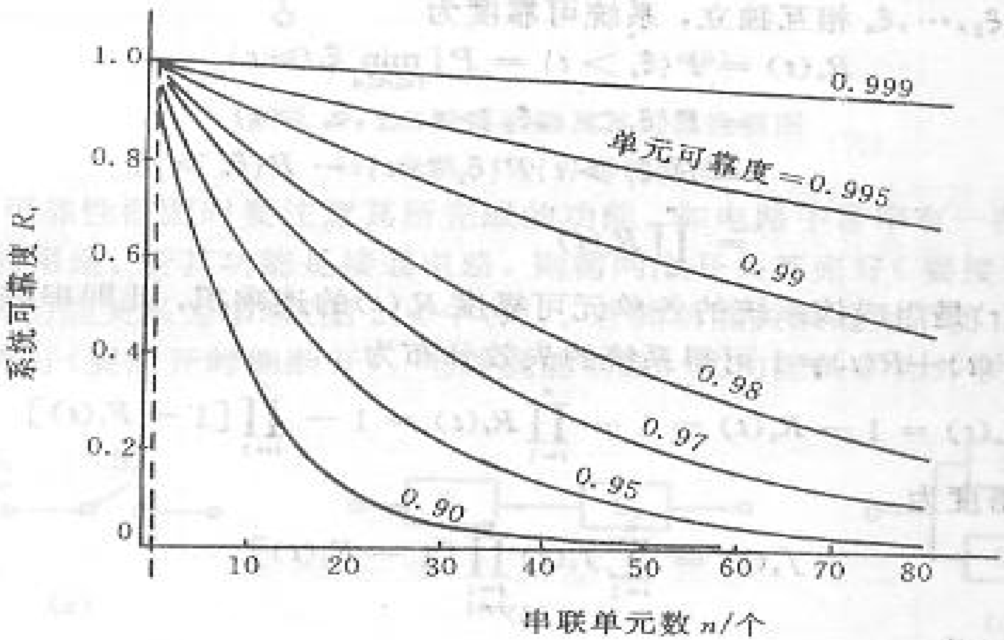


图 2.7　串联系统的系统可靠度与串联单元数关系

并联系统

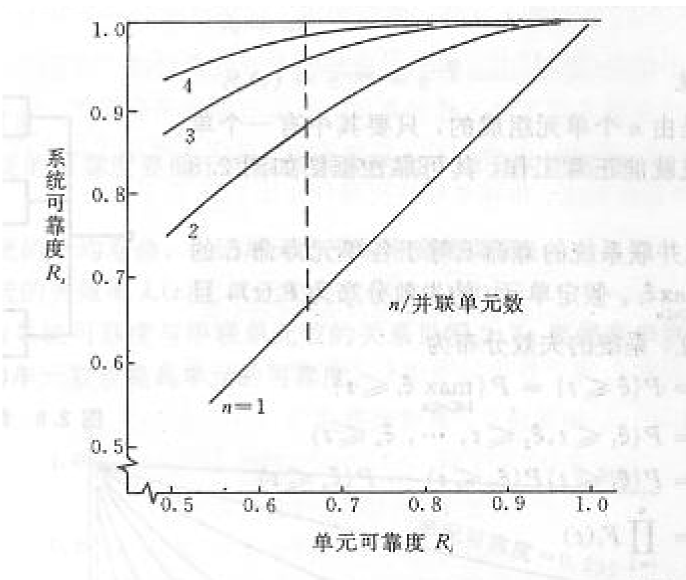


图 2.9 并联系统的可靠度与单元可靠度之间的关系

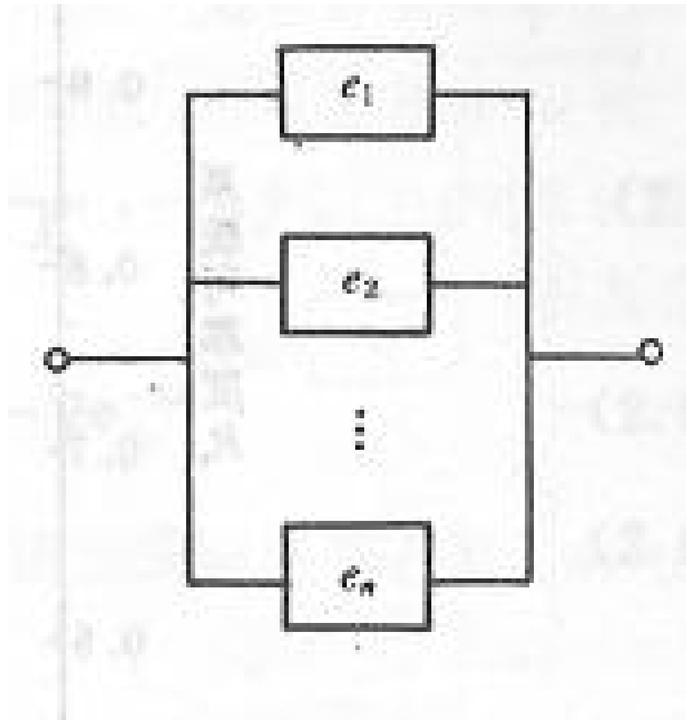


图 2.8 纯并联系统

混联系统

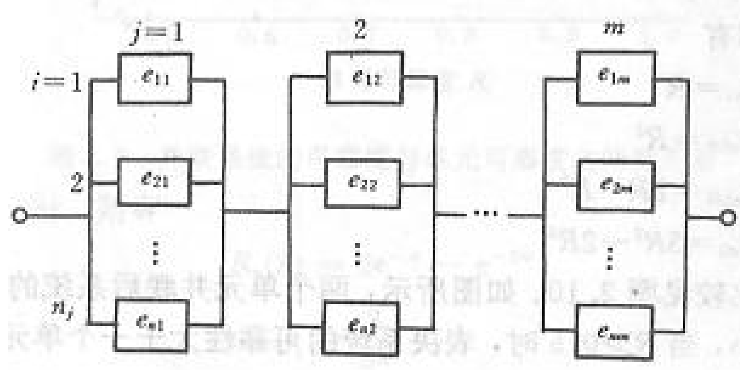


图 2.11　串—并联系统

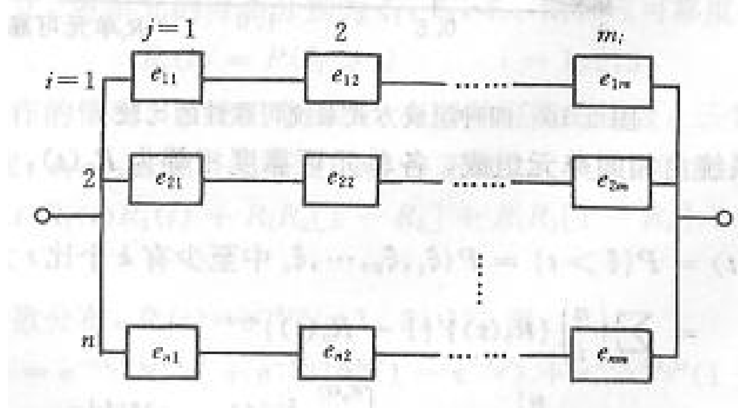


图 2.12　并—串联系统

西安电子科技大学XIDIDIAN UNIVERSITY V1.0 © 2007 韩孝勇HanXiaoYong xyhan5151@yahoo.com.cn www.dianzichan.com

冷储备系统

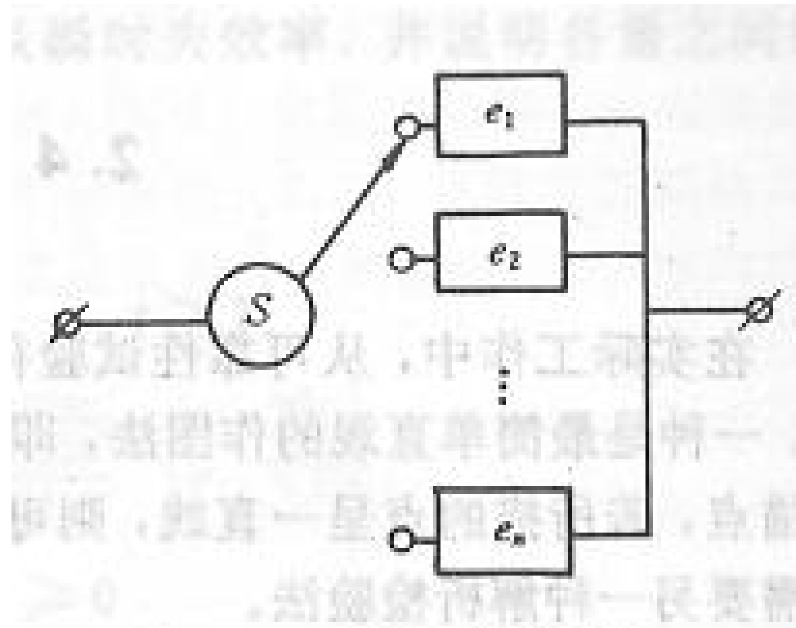


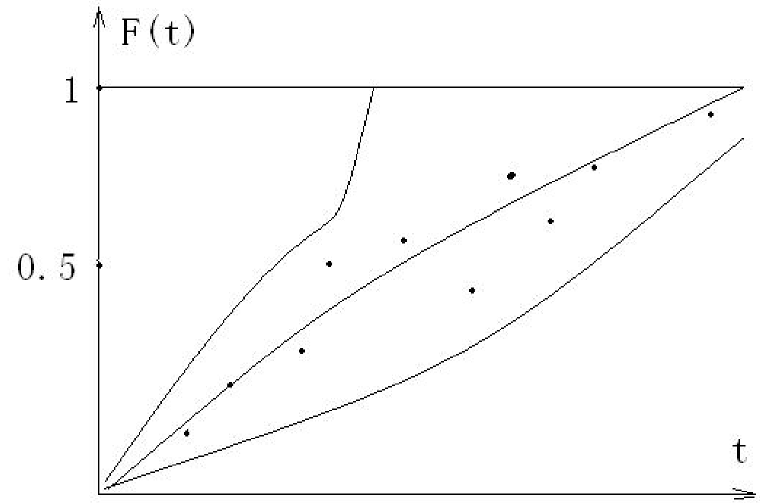
图 2.13 贮备系统的结构

2.4 分布的检验

- 检验失效属于什么样的分布情况，便于预测和使用防止

- 现在所用的方法是代入各种分布公式中，用计算机计算并比较最。接近哪种分布。

- 如右图，用实验数据先求出t和F(t)，再代入各公式中，看哪个曲线与数据更吻合



其他资料

- 光年guangnian.htm
-
- 各种版图
-
- 失效分析图片
- EMMI
- LC
- SEM

本次课完

- 回顾讲过的内容。